#### **OROLOGI "DI PRECISIONE"**

#### TONINO TASSELLI

#### **ESTRATTO**

Con la locuzione "Precision Sundials", specialmente nella letteratura gnomonica anglosassone, si intende una classe di orologi atti ad indicare il tempo medio civile con una scala oraria che talvolta è tanto accurata da dettagliare anche il minuto.

Orologi di precisione dunque che si contrappongono a tutti gli altri che l'osservatore comune, profano di gnomonica, percepisce come "non precisi" in quanto non indicano l'ora del proprio orologio al quarzo.

In questa memoria si passano in rapida rassegna i metodi più usati dagli gnomonisti per rendere più semplice e diretta la lettura dell'ora civile. In particolare, più in profondità, viene analizzato l'orologio equatoriale con gnomone sagomato e verrà mostrato come questo tipo di orologio indichi in maniera diretta l'ora civile senza apportare tarature di "messa in data". Tuttavia questo genere di orologio non è intrinsecamente preciso intorno ai solstizi e vengono illustrati alcuni accorgimenti che si adottano per ridurre l'errore a un valore insignificante.

#### Generalità

Definire un orologio solare classico, per esempio un orologio a ore vere locali, come "non preciso" perché non indica l'ora civile è ovviamente un'assurdità.

La misura di una grandezza è tanto più precisa quanto più è piccolo l'errore (inteso come differenza tra il valore vero e il valore indicato) che si compie nella misura stessa.

Spesso poi si confonde il termine precisione con il termine accuratezza.

L'accuratezza consente di effettuare una misura con più dettaglio (ad esempio, nel caso gnomonico, usando una scala a passo 5 minuti anziché a passo un quarto d'ora) ma non per questo necessariamente più precisa (cioè con un errore minore).

Si ribadisce dunque che gli orologi solari ad ora civile con scale accurate fino al minuto non sono più precisi degli orologi a ore vere astronomiche locali o a ore italiche o a qualsivoglia altro sistema orario adottato ma questo è chiaro solo in un contesto di addetti ai lavori e si fa un po' di fatica a spiegarlo a tutti gli altri.

Per passare dall'ora vera locale all'ora del tempo medio, detta anche ora civile, come tutti sanno occorre apportare alcune correzioni:

La prima correzione è resa necessaria dal fatto che l'orologio generalmente non è collocato lungo il meridiano del fuso ma può essere spiazzato rispetto ad esso fino a +/- mezzora. (+/- 7.5°) o anche di più per le eventuali convenzioni internazionali che estendono l'ampiezza del fuso.

- La seconda correzione è dovuta all'EoT (Equation of Time) che tiene conto della variazione di lunghezza del giorno solare a causa della traiettoria ellittica della terra attorno al Sole e dell'inclinazione dell'asse polare sul piano dell'eclittica.
- La terza correzione banalmente si applica a seconda che sia o non sia in vigore l'ora legale.
- Se passasse la volontà di alcuni enti di sganciare l'ora degli orologi atomici dall'ora ricavata dal moto di rotazione della Terra occorrerebbe applicare anche una quarta correzione sebbene (per adesso) trascurabile.

Qui di seguito si elencano alcuni degli stratagemmi che sono usati per passare dalle ore locali a tempo vero a quelle del tempo medio (ore civili).

#### Ore del fuso:

Molto spesso gli orologi solari con ore alla francese, che sono la base dell'attuale sistema orario, vengono disegnati per indicare non l'ora vera locale ma l'ora vera del fuso di appartenenza.

Questo accorgimento rende l'indicazione dell'orologio solare meno distante dall'ora civile perché la prima delle correzioni su indicate (quella della longitudine) è già stata applicata.

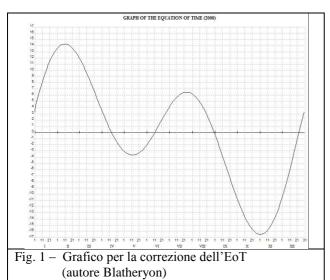
## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

### XVIII Seminario Nazionale di Gnomonica OROLOGI "DI PRECISIONE"

#### Grafici e Tabelle:

Un ulteriore e definitivo passo per rendere l'orologio solare adatto ad indicare l'ora civile è quello di porre una tabella o di disegnare vicino ad esso un grafico che nei vari mesi o decadi o singoli giorni indichi la quantità di minuti dovuti all'EoT che bisogna aggiungere o togliere per passare da un tipo di lettura all'altro.

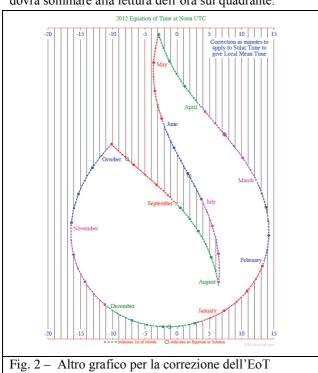
Sono stati proposti molti modi per rappresentare l'EoT e vale la pena mostrarne alcuni nelle seguenti figure.



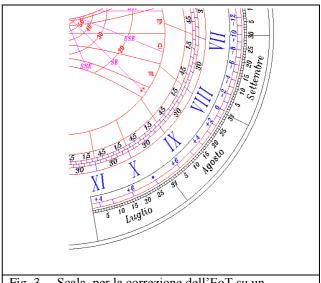
Se l'orologio solare ha le ore locali vere, nel grafico è utile includere non solo l'EoT ma anche un offset

costante dovuto alla differenza di longitudine.

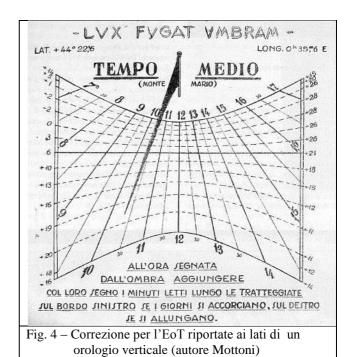
Se invece sono state disegnate le ore vere del fuso nel grafico verrà rappresentata solo l'EoT che l'osservatore dovrà sommare alla lettura dell'ora sul quadrante.



(autore Kevin Karney)



Scala per la correzione dell'EoT su un orologio orizzontale



#### Lemniscate e semilemniscate.

Per evitare che l'osservatore debba sommare, all'ora letta sul quadrante, la correzione indicata da un grafico o da una tabella e permettergli quindi di conoscere l'ora civile, si è escogitato di deformare le linee orarie che non saranno più delle rette ma assumeranno la caratteristica forma a 8.

In questo modo la correzione è già inclusa sul quadrante e l'osservatore può leggere a colpo d'occhio (... o quasi) l'ora civile.

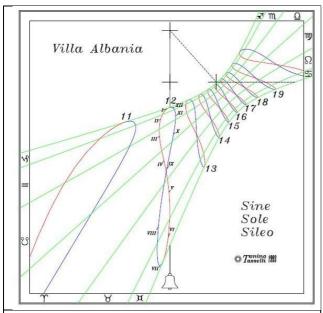


Fig. 5 – Lemniscate per la correzione dell'EoT

Purtroppo se si vuole disporre le lemniscate con più frequenza per indicare frazioni d'ora (esempio una lemniscata ogni quarto d'ora) esse si sovrappongono rendendo il tutto di difficile lettura.

Per ovviare a questo inconveniente si può sdoppiare l'orologio solare su due quadranti, uno valido durante il semestre inverno-primavera e l'altro durante il semestre estate-autunno.

Così facendo ogni lemniscata si sdoppia in due semilemniscate che possono essere disegnate con più frequenza senza pericolo di sovrapposizione (ad esempio una ogni cinque minuti).

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

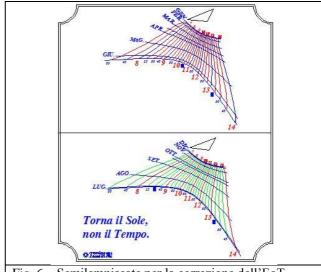


Fig. 6 – Semilemniscate per la correzione dell'EoT

#### Orologi monofilari.

Un altro modo per risolvere il problema della sovrapposizione delle lemniscate ma senza ricorrere al doppio quadrante è quello di progettare un orologio monofilare ove l'indicazione anziché dall'ombra della punta dello gnomone è data dall'ombra di un filo (di solito ma non necessariamente disposto come l'asse polare).

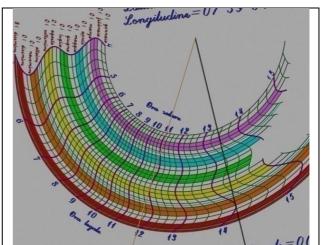


Fig. 7 – Orologio monofilare a ore civili ispirato all'orologio "Rainbow" di Mac Oglesby (autore L. Ghia)

Disegnando le semilemniscate dei due semestri l'una in serie all'altra e tracciando sul quadrante il tratto di ombra che va preso in considerazione durante l'anno, è possibile leggere l'ora civile su un solo quadrante ove comunque le semilemniscate possono essere disegnate con la frequenza che si vuole.

#### Orologi bi-gnomone

Sono orologi solari che sfruttano l'indicazione di due gnomoni su uno stesso quadrante. Gli orologi di questa categoria con due gnomoni a filo (e per questo io li chiamerei anche bi-monofilari) possono essere specializzati per indicare l'ora civile. L'esempio più emblematico di questo tipo di orologi è quello inventato recentemente da Hendrik Hollander rif. [1].

Nell' orologio di Hollander i due "fili" gnomone proiettano entrambi l'ombra sul quadrante ma va preso in considerazione soltanto uno dei due fili a seconda del semestre inverno-primavera o estate-autunno. Come negli orologi monofilari l'ora si legge individuando la linea oraria che passa all'incrocio tra l'ombra del filo (quello valido nel semestre) con una linea diurna (quella della data dell'osservazione).

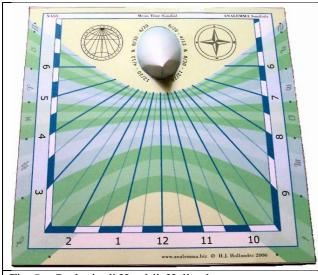


Fig. 8 – Orologio di Hendrik Hollander

Nell'ultima versione dell'orologio di Hollander i due fili sono stati rimpiazzati dalle generatrici di un cono. Se questo cono ha l'asse inclinato come l'asse terrestre allora le linee orarie risultano approssimativamente delle rette e pur indicando l'ora civile l'orologio ha apparentemente l'aspetto di un tradizionale orologio a ore di tempo vero. Una descrizione dettagliata dell'orologio di Hollander è stata fatta dall'ing. Lovotti al XV Seminario. rif. [2]

### Orologi equatoriali

Fin qui i metodi mostrati per trasformare un orologio a ore di tempo vero in uno a tempo medio non hanno richiesto alcun intervento di taratura periodica. L'osservatore legge il tempo civile senza nessuna preliminare procedura di "messa in data" fatta dal custode dell'orologio.

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI



Fig. 9 – Orologio equatoriale (Helios Sundials)

Si prenda ora in esame un semplice orologio equatoriale e cioè un asse-stilo orientato come l'asse polare passante per il centro di un disco o di un anello armillare giacente sul piano ortogonale a detto asse (piano equatoriale). Il mezzodì di tempo vero è indicato dal raggio del disco che giace sia sul piano equatoriale che sul piano meridiano. Tutte le altre ore di tempo vero sono indicate dai raggi equiangolati di 15° a partire dal raggio meridiano. E' immediato constatare che ognuna delle correzioni necessarie per passare dall'ora locale di tempo vero all'ora civile si applica con delle opportune semplici rotazioni del disco orario o meglio si può applicare la correzione totale con un'unica rotazione risultante dalla somma delle singole rotazioni componenti. La procedura di correzione va fatta in genere ogni tre o quattro giorni ma praticamente ogni giorno nei dintorni dei solstizi.

### Altri orologi a linee orarie equispaziate.

Da un orologio equatoriale derivano tutti gli altri tipi di orologi solari che si ricavano da esso mediante una proiezione. Così un orologio verticale su una parete declinante si ricava proiettando l'orologio equatoriale verso l'alto lungo l'asse (polare) che attraversa la parete e un orologio orizzontale si ricava proiettandolo verso il basso sul piano orizzontale sempre lungo l'asse polare. Gli orologi verticali o orizzontali tranne casi particolarissimi (per esempio orologio orizzontale al polo) non hanno le linee orarie equispaziate e quindi non possono essere "corretti" con una semplice rotazione del quadrante ma devono essere fatti ruotare nella loro interezza (quadrante e gnomone solidalmente) intorno ad un asse polare.

Questo della rotazione solidale intorno all'asse polare è in effetti un metodo che può essere adottato per indicare l'ora civile su un normale orologio orizzontale

progettato per una certa latitudine ma poi montato su una piattaforma che ruota attorno all'asse polare per applicare le altre correzioni (ora legale e EoT).

Invece, per applicare le correzioni solo con semplici rotazioni del quadrante attorno ad un asse ad esso ortogonale occorre escogitare delle proiezioni che mantengono l'equispaziatura delle linee orarie dell'orologio equatoriale.

Tali proiezioni sono un particolare tipo di proiezioni analemmatiche applicate per la prima volta e separatamente da Samuel Foster e da Johann H. Lambert.

Oltre al classico orologio di Foster-Lambert (per esempio quello notissimo del prof. Lauri) esistono molte altre ingegnose versioni.



Fig. 10 – Orologio di Foster-Lambert (autore. Lauri)

Per avere più chiaro l'argomento può essere utile leggere il rif. [4] che tenta di racchiudere in un'unica trattazione tutti questi sottotipi di orologi.

Ebbene, avendo gli orologi di Foster-Lambert i quadranti di forma circolare con scala omogenea, come l'orologio equatoriale da cui essi derivano, su di essi si possono applicare le correzioni ruotando opportunamente il quadrante e, come per tutti gli orologi di tipo analemmatico, occorrerà anche spostare lo stilo lungo la scala delle date per metterli in data.

Interessantissimo è l'orologio di tipo Foster-Lambert verticale e declinante inventato da MacOglesby che con un meccanismo a camme mette in data lo stilo e contemporaneamente ruota il quadrante per applicare la correzione dell'Eot (essendo le correzioni per l'ora legale e la longitudine già pre-impostate).

### CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

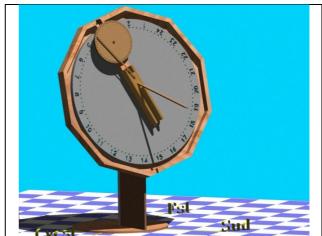


Fig. 11 – Orologio di Foster-Lambert ispirato al "Vertical Decliner" di Mac Oglesby (autore L. Ghia)



Fig. 12 – Orologio di Foster-Lambert di Gordon Taylor (Greenwich Observatory)

Anche una particolare disposizione dei fili di un orologio bifilare può rendere le linee orarie disposte con un angolo costante di 15° permettendo così di ruotare il quadrante (ma non i fili) in modo da apportare la correzione totale per passare all'ora civile.

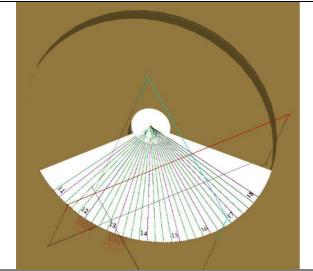


Fig. 13 – Orologio bifilare verticale declinante a ore equispaziate (simulazione di L. Ghia)

### Orologi di precisone di Bill Gottesman e di Fred Sawyer.

Un meraviglioso esemplare di orologio equatoriale con rotazione della scala è stato costruito da Bill Gottesman e può essere ammirato sul sito in rif. [9]. Come nel citato orologio di Mac Oglesby anche qui c'è un concentrato di idee brillanti che qui elenco semplicemente rimandando il lettore al citato sito per i dettagli.

- La Scala delle ore scorrevole si svolge su una guida ad elica cilindrica. L'entità dello spostamento della scala delle ore è impostabile su una scala per la "messa in data"
- Lo gnomone asse è stato sostituito con un uno specchio lineare coperto da una lente cilindrica (in una versione più aggiornata la lente cilindrica è stata suddivisa in una coppia di lenti cilindriche affiancate per aumentare l'accuratezza della lettura).
- Posizionamento dello specchio su una generatrice del cilindro dell'elica anziché sull'asse.

Questo rende la scala delle ore il doppio più ampia cioè il raggio riflesso percorre sulla scala delle ore 30° anziché i 15° descritti dall'ombra dallo gnomone-asse di un semplice orologio equatoriale (si ricordi il teorema di geometria che recita:

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

Un arco di cerchio sottende un angolo al centro doppio di ciascun angolo, con vertice sulla circonferenza, che sottende lo stesso arco.

Il meccanismo per l'impostazione della latitudine di lavoro si basa su una ingegnosa rotazione di calotte sferiche.



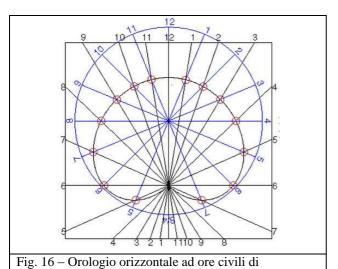
Fig. 14 – Orologio di Bill Gottesman

Quest'orologio è il rappresentante più emblematico di cosa si intende per orologio di precisione nel senso descritto sopra.

Un altro ingegnoso esempio di trasformazione di un orologio orizzontale ad ore locali vere in ore civili ci è stato dato da Fred Sawyer rif. [8]



Fig. 15 – Orologio orizzontale ad ore civili di Fred Sawyer



Fred Sawyer (principio di funzionamento)

anche qui si rimanda all'articolo originale per i dettagli.

#### Orologi equatoriali con gnomone sagomato.

Nel 1892 un generale dell'esercito britannico, John Ryder Oliver inventò un orologio equatoriale ad ore civili sostituendo con uno gnomone sagomato l'asse sottile che costituisce lo gnomone per gli orologi equatoriali a ore di tempo vero. In realtà gli gnomoni sagomati erano due che si alternavano, uno valido in inverno-primavera e l'altro in estate-autunno.



Fig. 17 – Moderna versione dell'orologio equatoriale armillare di John Oliver

Questo tipo di orologio si colloca a metà tra quelli che non necessitano di alcun intervento e quelli che debbono essere "messi in data" teoricamente ogni giorno. Per questo tipo di orologio, infatti, ad ogni solstizio è necessario effettuare il cambio dello gnomone sagomato.

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

Cercheremo ora di analizzare più in dettaglio il principio di funzionamento di questo orologio.

Partiamo nuovamente da un orologio equatoriale ad ore di tempo vero. Idealmente l'asse di questo orologio è filiforme e le ore sul quadrante si dipartono a raggiera partendo dal centro.

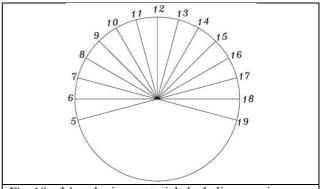


Fig. 18 – L' orologio equatoriale ha le linee orarie disposte a raggiera

Sostituiamo ora l'asse filiforme con un asse cilindrico di una certa consistenza (per esempio sia il raggio del assecilindro pari a 1/10 del raggio del quadrante circolare dell'orologio equatoriale). Si vede che, se si vuole continuare ad indicare le linee orarie di tempo vero sul quadrante occorre ora tracciarle distaccate dal centro di un delta pari al raggio dell'asse cilindrico.

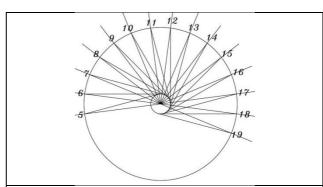


Fig. 19 – L'orologio equatoriale con gnomone a cilindro ha le linee orarie distaccate dal centro e ciò equivale ad una rotazione della scala originaria.

Si vede anche che l'introduzione dell'asse-cilindro ha avuto come effetto secondario quello di ruotare di un angolo  $\alpha$  le linee orarie originali dell'orologio equatoriale.

Nella figura 20 si illustra la relazione trigonometrica che lega l'angolo  $\alpha$  al rapporto  $r_0/R$  cioè al rapporto tra il raggio dell'asse-cilindro e il raggio della scala oraria dell'orologio.

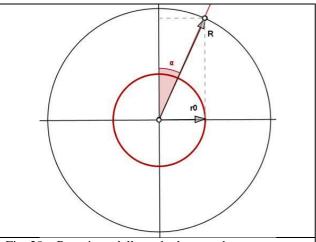
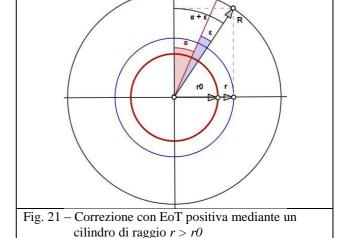


Fig. 20 – Rotazione della scala dovuta ad uno gnomone cilindrico di raggio *r0* 



CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012

TONINO TASSELLI

1) 
$$\alpha = \arcsin(r_0 / R)$$

ove R è il raggio del quadrante circolare e  $r_0$  è il raggio dell'asse-cilindro (la ragione del pedice 0 sarà chiara più avanti).

Ecco qui ora che nasce l'idea per realizzare un orologio a ore civili. Ruotiamo fisicamente il quadrante di un angolo opportuno per considerare la dislocazione in longitudine mentre solo per l'EoT ruotiamo le linee con l'artificio dell'asse-cilindro. Per rappresentare l'EoT nulla si scelga arbitrariamente un raggio dell'asse-cilindro pari a  $r_0$ .

Il punto sulla circonferenza del quadrante ove cade l'ombra proiettata dall'asse-cilindro quando l' EoT è nulla verrà marcato con l'ora intera. Quando invece l'EoT non è nulla ma vale  $\varepsilon$  (considerato col suo segno) occorrerà ruotare ulteriormente di un angolo  $\varepsilon$  le linee orarie del nostro orologio equatoriale e perciò il raggio dell'asse-cilindro dovrà essere:

$$(2) r = R \sin(\alpha + \varepsilon)$$

ove  $\alpha$ , data dalla 1), è fisso ed è la rotazione corrispondente al raggio  $r_0$  dell'asse-cilindro che si è scelto per rappresentare l'EoT nulla.

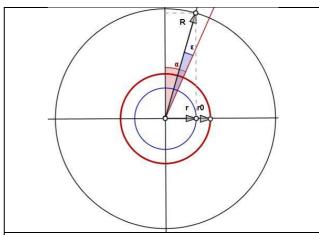
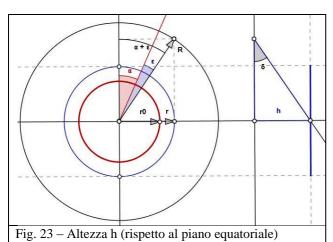


Fig. 22 – Correzione con EoT negativa mediante un cilindro di raggio r < r0

E' chiaro che è impensabile dover cambiare ogni giorno l'asse-cilindro per ottenere la correzione da tempo vero a ora civile.

Più convenientemente, considerando che, sul quadrante dell'orologio equatoriale, il raggio solare "scende" (nel periodo primavera-estate) o "sale" (nel periodo autunno-inverno) con una pendenza  $\delta$ , essendo  $\delta$  la declinazione del Sole alla data della lettura, per un certo giorno basta collocare, anziché l'asse-cilindro, solamente un dischetto di raggio r ad una altezza h opportuna in modo da intercettare il raggio solare e mettere così automaticamente in corrispondenza il valore di  $\varepsilon$  e di  $\delta$  per quel certo giorno.

## 3) $h = R\cos(\alpha + \varepsilon)\tan(\delta)$



del disco di raggio r

La sovrapposizione di tutti questi dischetti costituirà due corpi solidi da usare come gnomoni (uno per semestre) utili a ricavare automaticamente, in linea di principio, la correzione dell'EoT in funzione della data o meglio in funzione della declinazione del Sole per ogni data.

Vedremo che questa correzione non può essere perfetta specialmente vicino ai solstizi.

In altre parole se ciascun dischetto agisse da solo (senza la presenza degli altri) il sistema di correzione funzionerebbe perfettamente ma alcuni di essi, che funzionerebbero se fossero soli, trovano ostacolato, dalla presenza di altri dischetti, il percorso del raggio solare che vorremmo scendesse libero fino a toccare il bordo del quadrante.

Per creare i profili degli gnomoni sagomati, mediante le equazioni 2) e 3), le variabili  $\varepsilon$  e  $\delta$  sono state espresse in funzione di un unico parametro  $n_g$  che esprime il numero dei giorni dall'inizio dell'anno (così  $n_g$  = -10 è il solstizio invernale,  $n_g$  = 1 è il perielio,  $n_g$  = 81 è l'equinozio di primavera,  $n_g$  = 172 è il solstizio estivo, ecc.)

4) 
$$\varepsilon = a \sin(g(n_g - 1)) + b \sin(2g(n_g - 81))$$

5) 
$$\delta = c \sin(g(n_g - 81))$$

con:

$$a = 7.67 \text{ min}$$
  
 $b = -9.87 \text{ min}$   
 $c = 23.45^{\circ}$   
 $g = 2\pi/365.25$ 

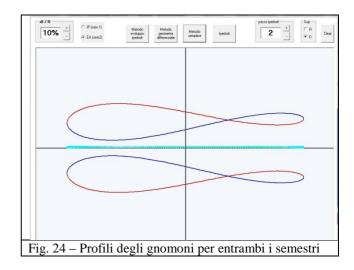
## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

Come si vede nella 4) l'EoT è stata espressa come somma di due sinusoidi l'una con frequenza annuale e agganciata al perielio e l'altra con frequenza semestrale e agganciata all'equinozio di primavera mentre  $\delta$  è una funzione sinusoidale della longitudine del Sole sull'eclittica ed è nulla agli equinozi.

Ora, avendo a disposizione l'andamento di r e h delle espressioni 2) e 3), funzione in definitiva solo del parametro  $n_g$  attraverso le espressioni 3) e 4), per ciascun semestre si può tracciare la curva:

$$\begin{cases}
r(n_g) \\
h(n_g)
\end{cases}$$

Nella figura che segue si sono tracciate insieme le due curve per i due semestri (in rosso inverno primavera, in blu estate autunno)



Questi due profili possono essere usati per creare le due superfici di rotazione necessarie:

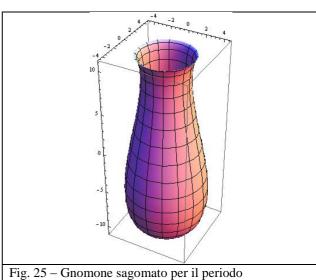
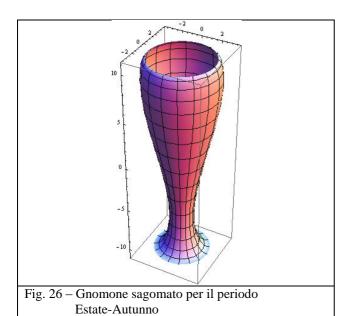


Fig. 25 – Gnomone sagomato per il periodo Inverno-Primavera

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI



Proviamo ora a simulare con un programma di grafica (POV) il comportamento di questi gnomoni.

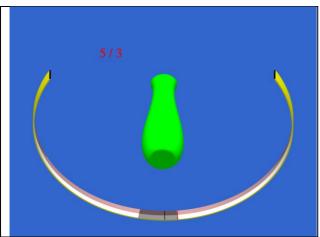


Fig. 27 – Prova di funzionalità dello gnomone inverno-primavera il 5 marzo (OK)

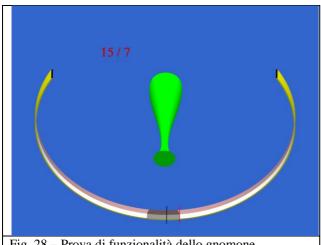


Fig. 28 – Prova di funzionalità dello gnomone estate-autunno il 15 luglio (OK)

In questi disegni la fascia armillare è stata disegnata bicolore per mettere in evidenza bene la circonferenza di mezzeria che rappresenta l'equatore. Su questa circonferenza sono mostrate due tacche:

La tacca nera indica l'ora vera di un orologio equatoriale con gnomone filiforme (in questo caso senza perdita di generalità le ore 12). La tacca rossa invece indica il punto ove la tacca nera finisce quando viene ruotata di  $\alpha$  dallo gnomone cilindrico di raggio  $r_{\theta}$ .

Da questi due test sembrerebbe che l'orologio funzioni perfettamente ma se si fanno dei test con date prossime ai solstizi con sorpresa si vede che le indicazioni fornite dall'ombra sono decisamente errate.

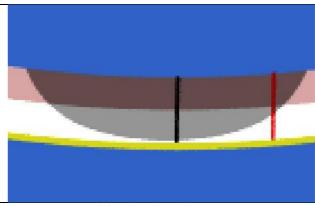


Fig. 29 – Prova di funzionalità dello gnomone inverno-primavera il 30 dicembre (NOK)

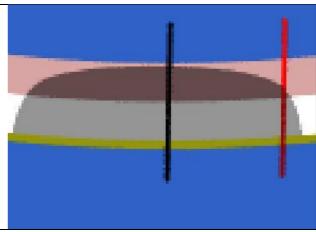


Fig. 30 – Prova di funzionalità dello gnomone estate-autunno il 22 giugno (NOK)

Per capire lo strano comportamento di questi solidi proviamo ora a sezionarli con dei piani paralleli al loro asse (asse polare). La distanza di questi piani dall'asse sarà variabile durante l'anno e pari a r (funzione di  $\varepsilon$  secondo la relazione 2)

## a CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

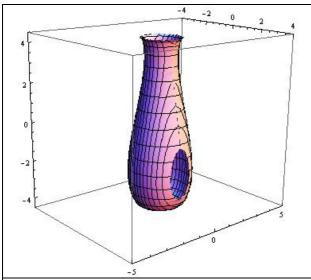


Fig. 31 – Sezione dello gnomone sagomato inverno-primavera con un piano orario distante  $r(\varepsilon)$  dall'asse.

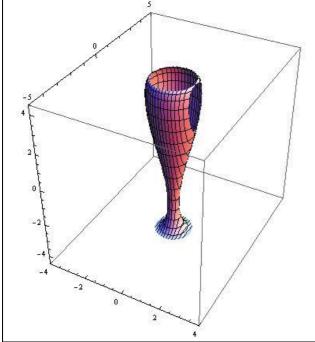
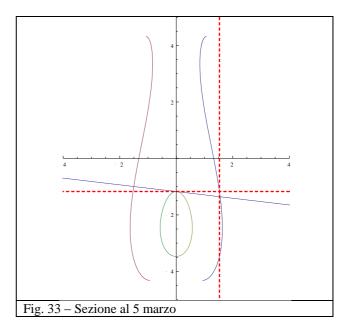


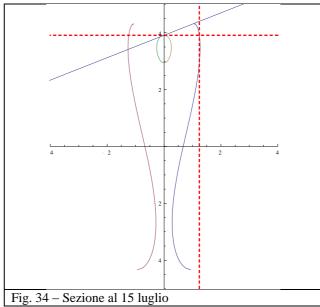
Fig. 32 – Sezione dello gnomone sagomato estate-autunno con un piano orario distante  $r(\varepsilon)$  dall'asse.

Il contorno della sezione generata dal piano orario è una curva generalmente chiusa ed ovoidale e il raggio solare che indicherà l'ora sulla scala dell'orologio dovrà essere tangente a tale curva.

Il raggio solare con pendenza  $\delta$  tocca il profilo sagomato in un punto della sezione ad altezza h e distanza r.

Così facendo il raggio inciderà automaticamente nel punto  $\alpha + \varepsilon$ .





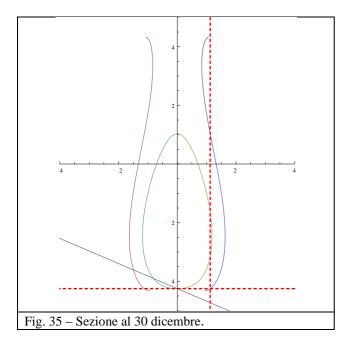
In queste sezioni sembrerebbe che i dischi trasversali responsabili dell'ombra voluta nei giorni 5 marzo e 15 luglio (e loro simili) siano liberi di lavorare e non siano ostacolati dalla presenza dei dischi sottostanti o sovrastanti ma in realtà se ingrandissimo fortemente il disegno nei punti di tangenza del raggio vedremmo che questo ostacolo, anche se minimo c'è.

Infatti il punto di tangenza desiderato giace o sul massimo o sul minimo della curva simmetrica che si genera sezionando una superficie di rotazione intorno all'asse polare con un piano ad esso parallelo a distanza  $r(\varepsilon)$  e su tali punti (massimo o minimo) la tangente non può che essere ortogonale all'asse di simmetria e quindi non può avere una generica pendenza  $\delta$ .

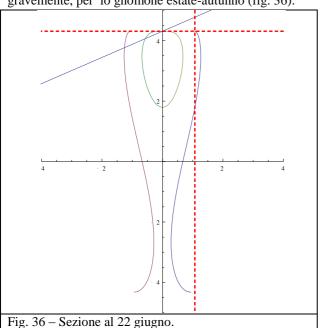
Tuttavia l'errore dell'indicazione dell'ora sul piano equatoriale non è apprezzabile e inoltre si può dire che

questa piccola discrepanza sarà eliminata con gli altri metodi illustrati più avanti (metodo dell'inviluppo e metodo geometrico - differenziale).

Quello che invece è apprezzabile è l'errore che si ha intorno ai solstizi e principalmente all'inizio di ogni nuovo semestre non appena lo gnomone sagomato è stato cambiato.

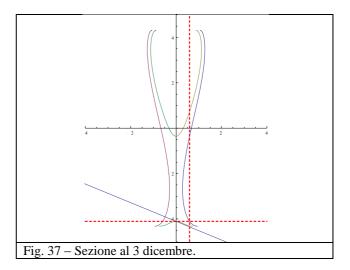


A tal proposito si osservi ad esempio la fig. 35. Come si vede il raggio è visibilmente ostacolato dal corpo solido dello gnomone sagomato nella parte sovrastante il punto di tangenza. In altre parole il raggio tangente per salire deve attraversare il corpo solido dello gnomone sagomato. Analogamente accade, anche se meno gravemente, per lo gnomone estate-autunno (fig. 36).



### CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

Anche immediatamente prima della fine del semestre l'indicazione dell'ora non è perfetta a causa della forma svasata assunta dagli gnomoni sagomati (vedi fig. 37)



Dunque gli gnomoni sagomati, pensati come singoli dischi di raggio r posti ad altezza h ed assemblati tra loro per formare un corpo solido, come mostrato, hanno delle limitazioni nell'indicare l'ora civile con estrema precisione.

Esiste un modo per ovviare a questi inconvenienti?

Per l'orologio di Martin Bernhardt inventato nel 1965 è stata proposta una soluzione di compromesso che fa perdere all'orologio la prerogativa di non dover essere "messo in data" ma questo solo per alcuni giorni successivi ai solstizi non appena si installa il nuovo gnomone.

In altre parole lo gnomone viene fatto appoggiare su un supporto regolabile a vite che, per lo gnomone inverno-primavera, lo tiene più in alto lungo l'asse in modo che il raggio ascendente lo sfiori e cada nel punto giusto sul quadrante; analogamente lo gnomone estate-autunno viene inizialmente collocato leggermente più in basso in modo tale che il raggio discendente lo sfiori. Dopo alcuni giorni queste "regolazioni" non saranno più necessarie e gli gnomoni funzioneranno "a regime".



Fig. 38 – Orologio equatoriale di Martin Bernhardt (da Prezision Sonnenhur)

Da notare che mentre nei nostri esempi l'orologio si legge guardando verso nord (sistema gnomonico SOGR cioè Sole – Osservatore – Gnomone – Rete / Quadrante) l'orologio di Bernhardt si legge guardando verso sud (sistema gnomonico SGRO cioè Sole – Gnomone – Rete / Quadrante - Osservatore) e la scala delle ore procede in senso antiorario.

Cerchiamo ora di approcciare il problema da un altro punto di vista.

I raggi solari che rispetto al piano equatoriale hanno pendenza  $\delta$ , durante il giorno ruotano attorno l'asse polare toccando il dischetto di raggio r posto ad altezza h e descrivono così facendo un iperboloide a una falda (la classica superficie rigata a forma di cestino di vimini) avente per asse l'asse polare.

Le sezioni trasversali di questo iperboloide sono dei cerchi e il cerchio più piccolo o gola è quello del nostro dischetto.

Se sezioniamo l'iperboloide con dei piani paralleli al suo asse (cioè sezioniamo con dei piani orari) otteniamo una famiglia di iperboli.

Tra questi piani sezionatori, paralleli all'asse polare, sono di nostro interesse quelli che toccano anche la gola e generano delle iperboli degeneri costituite da due rette incrociate (fig. 39).

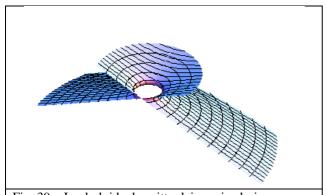


Fig. 39 – Iperboloide descritto dai raggi solari e sezionato con un piano tangente la gola e parallelo all'asse polare

Queste rette sono i raggi solari che abbiamo considerato fin qui nella descrizione degli orologi a gnomone sagomato avendo scelto dischetti con raggio r e altezza h secondo le equazioni 2) e 3) ma cosa succederebbe se invece del dischetto sulla gola ne prendessimo uno più in alto o più in basso?

Come mostra la fig. 39 le circonferenze di questi dischetti diversi dalla gola passano anch'esse sulle rette dei raggi solari che toccano il dischetto gola e perciò l'ombra di questi dischetti, sebbene non più simmetrica (fig. 41), è ancora utile ad indicare l'ora corretta e potremmo cercare di utilizzarli per provare a ridurre gli

### CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

errori intrinsecamente associati al metodo dello gnomone sagomato sopra descritto.



Fig. 40 – Ombra generata dal dischetto gola dell'iperboloide

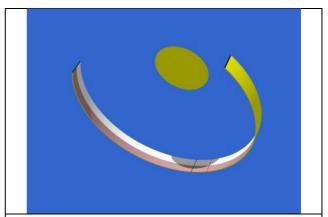
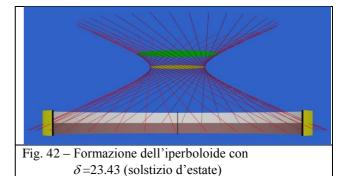
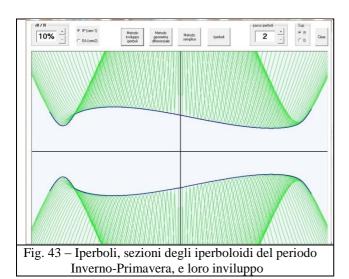


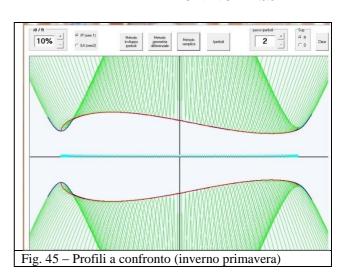
Fig. 41 – Ombra generata da un dischetto posto più in alto ma appartenente allo stesso iperboloide



Proviamo dunque, per generare il profilo degli gnomoni ad utilizzare non più semplicemente le equazioni 2) e 3) ma l'inviluppo di tutte le iperboli che si ottengono sezionando tutti gli iperboloidi che giorno per giorno sono generati dalle rotazioni dei raggi solari inclinati  $\delta$ . Il piano sezionatore che useremo contiene l'asse polare e l'inviluppo delle iperboli che si formano verrà usato per generare la sagoma degli gnomoni creando con esso un solido di rotazione.

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI





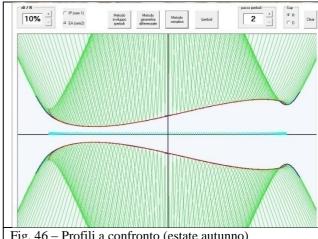
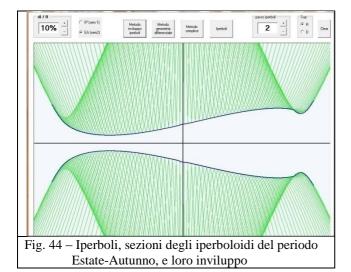


Fig. 46 – Profili a confronto (estate autunno)

Come si può vedere questi profili basati sugli inviluppi, nella zona centrale lontana dai solstizi sono praticamente identici a quelli ricavati dalle equazioni 2) e 3) mentre nelle zone estreme sono differenti.

Provando con POV anche questi gnomoni sagomati

Provando con POV anche questi gnomoni sagomati mediante gli inviluppi delle iperboli e mettendo i risultati a confronto con le prove POV precedentemente illustrate si vede che l'errore ai solstizi diventa ora quasi trascurabile.



E' interessante mettere a confronto i due tipi di profilo esaminati cioè quello che io chiamerei "ingenuo" basato sulle equazioni 2) e 3) e quello con gli inviluppi.

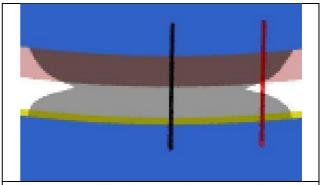
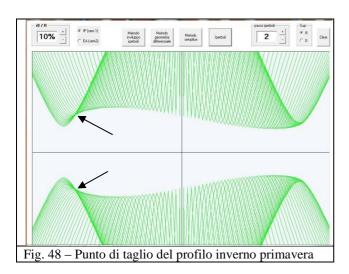
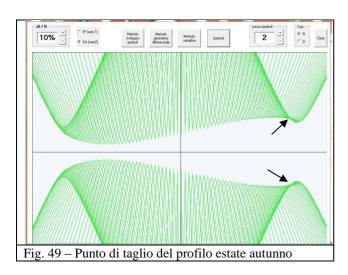


Fig. 47 - Prova di funzionalità dello gnomone invernoprimavera il 30 dicembre con gnomone di tipo inviluppo

Se si osserva l'insieme delle iperboli nelle figure 48 e 49 si vede che ai solstizi esse si intersecano tutte in zone molto circoscritte può quindi essere presa in considerazione l'idea di tagliare di netto gli gnomoni "difettosi" proprio in corrispondenza di queste zone confidando sulla proprietà illustrata in fig. 40 e 41.





Questo è quanto ha fatto lo gnomonista austriaco Werner Riegler (fisico ricercatore del CERN) rif. [10] quando ha progettato lo splendido orologio equatoriale in figura 50 ove tra l'altro non c'è neanche bisogno di scambiare gli gnomoni ogni sei mesi in quanto essi sono inseriti l'uno dentro l'altro e resi "trasparenti" per merito di una trama a reticolo.

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI



Fig. 50 – Orologio equatoriale di Werner Riegler

Nel corso di questa analisi ho preso in esame anche un metodo basato sul calcolo vettoriale e la geometria differenziale per generare il profilo. Il metodo è stato proposto da Jörg Meyer (rif. [5]) e illustrato da Rolf Wieland (rif. [6]). Il risultato di questo terzo metodo è come al solito equivalente per la parte centrale degli gnomoni e visibilmente diverso agli estremi tuttavia da simulazioni fatte non mi sembra che esso sia risolutivo. Il motivo è sempre lo stesso: "I raggi solari non bucano i corpi solidi non trasparenti".

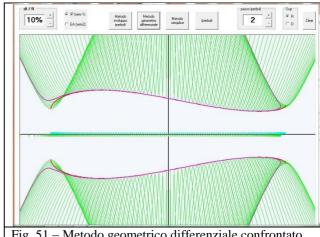


Fig. 51 – Metodo geometrico differenziale confrontato col metodo semplice (inverno-primavera)

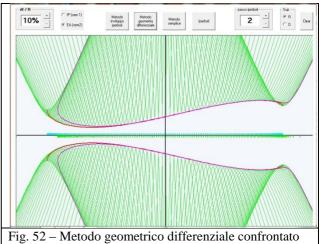


Fig. 52 – Metodo geometrico differenziale confrontato col metodo semplice (estate-autunno)

#### Conclusioni

Dopo aver passato in rapida rassegna numerosi metodi per convertire l'ora solare di tempo vero in ora civile è stato analizzato con più dettaglio l'orologio equatoriale a gnomoni sagomati. Quest'ultimo tipo di orologio (a parte qualche piccolo problema intorno ai solstizi che può essere ridotto o eliminato con uno dei metodi esposti) è un orologio molto affascinante poiché, a differenza di altri tipi, non deve essere tarato ("messo in data") giornalmente ma richiede un intervento solo ogni sei mesi. Anzi con qualche espediente come ad esempio quello usato da Riegler o anche mettendo in campo vicini tra loro due orologi (uno inverno-primavera e l'altro estate-autunno) addirittura non occorre mai intervenire.

#### BIBLIOGRAFIA:

- [1] Hendrik Hollander *Mean Time Sundial with Cone Gnomon* The Compendium NASS 2006 3
- [2] Pier Giuseppe Lovotti *L'orologio solare* orizzontale a tempo medio di Hollander XV Seminario Nazionale di Gnomonica Monclassico 2008
- [3] Mac Oglesby *A Foster Lambert Vertical Decliner* The Compendium NASS 2003 12
- [4] Tonino Tasselli *Orologi circolari a proiezione equatoriale inclinati e declinanti* Gnomonica Italiana, Anno II, n.7 novembre 2004 pag. 59
- [5] Jörg Meyer *Die Sonnenhur und ihre Theorie* (*Die Minutenwalze pag. 417* ) Verlag Harri Deutsch
- [6] Rolf Wieland *How Accurate Are Bernhardt Rollers?* The Compendium NASS 2011 2
- [7] Keijo Ruohonen *Sundials and Mathematcal Surfaces* Insitute of Mathematics, Tampere University of Technology Finland

## CHÂTILLON (AO), 5-6-7 OTTOBRE 2012 TONINO TASSELLI

#### SITI INTERNET:

- [8] Fred Sawyer *Equant* <a href="http://www.precisionsundials.com/equant%20dial.htm">http://www.precisionsundials.com/equant%20dial.htm</a>
- [9] Bill Gottesman *Renaissance* <a href="http://www.precisionsundials.com/renaissance.htm">http://www.precisionsundials.com/renaissance.htm</a>
- [10] Werner Riegler *A Novel Sundial with Double Indicator and Calendar* —

  <a href="http://riegler.home.cern.ch/riegler/sundial/files/me">http://riegler.home.cern.ch/riegler/sundial/files/me</a>

  eting 2004 english.pdf