Cadrans sur polyèdres réguliers

DALLET Pierre Joseph, mercredi 2 avril 2014

Sommaire

Pour chaque chapitre nous trouverons, une description, des formules, des voies de réalisation pratique des solides, une table donnant les paramètres gnomonique inclinaison (Z) et déclinaison (Dg) de chacune des faces des polyèdres. Connaissant la latitude d'utilisation des polyèdres, les tracés des graphismes de cadrans de divers types est possible, par épures ou par calculs automatisés.

Généralités	page 1
Le tétraèdre	Page 5
Le cube ou hexaèdre	page 7
L'octaèdre	page 9
Le dodécaèdre	page 17
L'icosaèdre	page 21
Utilisations multi-latitudes	page 26
Bibliographie	page 26
Remerciements	page 26

Généralités

Les polyèdres réguliers sont dits «solides de Platon».

Ce document a pour but de permettre à chaque gnomoniste, réalisateur de cadrans solaires, de réaliser une collection des cinq solides de Platon, avec sur chaque face un cadran solaire. Les cadrans pourront être à style polaire, ou à style ponctuel, c'est-à-dire à style polaire réduit à un point, une bille, un disque ou un œilleton.

Les types d'heures pour les cadrans à style ponctuel pourront être l'heure vraie, les heures italiques, babyloniques, temporaire romaine …

Le logiciel AlgoSola permet de calculer très simplement les inclinaisons (Z) et les déclinaisons gnomoniques (Dg) conformément aux définitions convenues par la CCS SAF.

Le polyèdre se choisit en cliquant sur l'onglet « polyèdres » du menu, Page 1 du logiciel.

Dès que s'affichent les paramètres de la face sur laquelle on désire tracer les graphismes d'un cadran, on le note et on clique sur le bouton « Choix du type de cadran ».

Dans le présent document les déclinaisons gnomoniques, et les inclinaisons gnomoniques sont utilisables à toutes les latitudes

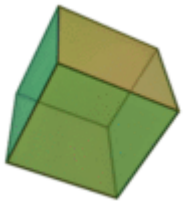
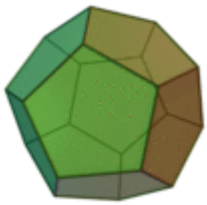
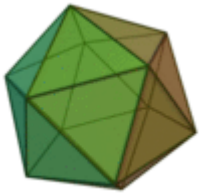
Les angles de positionnement des styles sont calculés pour Paris, ceci parce qu'il semble probable que la majorité des utilisateurs de ce document résidera dans la région parisienne.

Remarquons que les inclinaisons des faces sont difficiles à modifier par rotation du solide autour de son centre, mais la rotation du polyèdre autour d'un axe vertical permet au réalisateur de choisir d'autres déclinaisons gnomoniques.

Par exemple, pour le cube est donné dans le logiciel un angle du carré posé sur le sol et pointant le SUD. Il est possible de tourner le cube de 45 ° autour d'un axe vertical : Nous aurons alors :
Dg = (Dg_ donnée + 45°).
On obtient un cube avec deux faces polaires : EST et OUEST, une face plein SUD, une plein NORD et une qui reste horizontale vers ciel. .

Les cinq polyèdres réguliers convexes (solides de Platon)

En géométrie euclidienne, un solide de Platon est un polyèdre régulier et convexe. Entre les polygones réguliers et convexes de la géométrie plane, et les polyèdres réguliers convexes de l'espace à trois dimensions, il y a une analogie, mais aussi une différence notable. Les polygones réguliers convexes, figures planes, sont en nombre infini, leur nombre de côtés est n'importe quel nombre entier supérieur ou égal à trois. En revanche, il existe seulement cinq polyèdres réguliers convexes : les cinq solides de Platon.

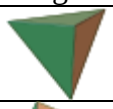
Les cinq polyèdres réguliers convexes (solides de Platon)				
Tétraèdre	Hexaèdre ou Cube	Octaèdre	Dodécaèdre	Icosaèdre
				

Le nombre de faces du solide, 4, 6, 8, 12, ou 20, est dans le préfixe du nom du solide : tétra pour quatre, hexa pour six — un cube est un hexaèdre régulier —, octa pour huit, dodéca pour douze, icosa pour vingt. L'adjectif « régulier » sera souvent implicite dans cette page.

Depuis l'Antiquité les solides de Platon sont un sujet d'étude des géomètres en raison de leur esthétique et de leurs symétries. Leur nom en l'honneur du philosophe grec Platon rappelle une théorie, qui associe les Éléments physiques «Les quatre éléments» à quatre solides réguliers convexes. Longtemps le nombre cinq et le nombre d'or furent des objets fétiches, associés au dodécaèdre de Platon. Il en est resté le mot « Quintessence ». D'aucuns ont vu dans le nombre d'or une preuve de l'existence de Dieu.

Euclide a donné une description mathématique complète des solides de Platon dans les Eléments (env. 300 av. J.-C.) ; le dernier livre (Livre XIII) qui est consacré à leurs propriétés. Les propositions 13–17 dans le Livre XIII décrivent la construction du tétraèdre, de l'octaèdre, du cube, de l'icosaèdre et du dodécaèdre dans cet ordre. Pour chaque solide, Euclide trouve le rapport du diamètre de la sphère circonscrite, à la longueur des arêtes.
Il existe seulement cinq polyèdres réguliers convexes.
Les polyèdres irréguliers sont nombreux. Nous renvoyons les gnomonistes à l'octaèdre magique, seul polyèdre non régulier présentant un extraordinaire intérêt en gnomonique d'où son nom :
' « Octaèdre magique ». Nous en parlerons un peu au chapitre des octaèdres. Sa pyramide, à quatre faces, possède un axe qui vise l'Etoile Polaire seulement pour le lieu auquel il est calculé.
Un polyèdre convexe est un solide de Platon si et seulement si :
Toutes ses faces sont des polygones réguliers convexes isométriques, c'est-à-dire superposables,

Aucune de ses faces ne se coupe, excepté sur les arêtes
Le même nombre de faces se rencontre à chacun de ses sommets.
Il existe un nombre d'angles associés avec chaque solide de Platon. L'angle dièdre est l'angle interne entre deux faces planes quelconques. Les angles des sommets des polygones constituant les faces du polyèdre entrent aussi dans les calculs. La grande difficulté vient du fait que les formulaires ne sont pas triviaux. Hors les découvertes de quelques savants qui les ont trouvées elles sont très difficiles à établir.

Polyèdre	Image	Sommets	Arêtes	Faces	Angle dièdre
Tétraèdre		4	6	4	70,53
Hexaèdre		8	12	6	90 °
Octaèdre		6	12	8	109,47
Dodécaèdre		20	30	12	116,56
Icosaèdre		12	30	20	138,19

La constante $\varphi = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$ **est le nombre d'or. Nous écrirons comme en code informatique : son symbole sera Phi_N_OR :**
Phi_N_OR = (1 + Sqr(5)) / 2, soit Phi_N_OR = 1,61803398874989
Pi est le nombre Pi bien connu, calculé par la formule : Pi = arc Tan(1) * 4 = 3,14159265358979
Pour réaliser les polyèdres réguliers nous allons devoir bien les connaître, bien savoir réaliser les constructions de moule et tracer les lignes de taille de pierre.
Dans les deux cas nous devrons pouvoir dessiner leurs faces, connaitre les rayons des 3 sphères :
La sphère interne, tangente aux faces, la sphère intermédiaire, tangente aux arêtes, la sphère circonscrite aux sommets.

Ludwig Schläfli (15 janvier 1814 à Grasswil (Seeberg) -- 20 mars 1895 à Berne) est un mathématicien Suisse spécialiste en géométrie et en analyse complexe. Il a joué un rôle clé dans le développement de la notion d'espace de dimension quelconque.
Le symbole de Schläfli d'un polyèdre régulier est {p.q.} si ses faces sont des p-gones, et chaque sommet est entouré par q faces (la figure de chaque sommet est un q-gone).
Par exemple {5,3} est le dodécaèdre régulier. Il possède des faces pentagonales, et trois pentagones autour de chaque sommet.
Ludwig Schläfli nous a donné ces formules sous la forme suivante

Angle dièdre entre deux faces adjacentes, dit angle dièdre, ou diédral.

$$A_d = 2\arcsin\frac{\cos\frac{\pi}{q}}{\sin\frac{\pi}{p}} = \arccos\left(-\frac{2\cos^2\frac{\pi}{q} - \sin^2\frac{\pi}{p}}{\sin^2\frac{\pi}{p}}\right)$$

Diamètre de la sphère inscrite	Diamètre de l'inter sphère (tangente aux arêtes)	Diamètre de la sphère circonscrite
$D_i = \dfrac{\cot\frac{\pi}{p}\cos\frac{\pi}{q}}{\sqrt{\sin^2\frac{\pi}{p}-\cos^2\frac{\pi}{q}}}$	$D_{\text{int}} = \dfrac{\cos\frac{\pi}{p}}{\sqrt{\sin^2\frac{\pi}{p}-\cos^2\frac{\pi}{q}}}$	$D_c = \dfrac{\sin\frac{\pi}{q}}{\sqrt{\sin^2\frac{\pi}{p}-\cos^2\frac{\pi}{q}}}$

Nous les redonnerons sous leur forme compatible avec l'automatisation informatique. Le logiciel les utilise, mais les donner ainsi permettra à chacun de les recalculer par un autre langage.

Figure 1 : Cadran dit « de la reine Marie ». Holyrood Palace. Edimbourg.

Si le bloc est bien un icosaèdre, comme ses faces sont creusées, les cadrans deviennent, parfois, des cadrans hémisphériques.

Le tétraèdre

Géométrie du polyèdre

Poncif en bristol pour réaliser une maquette (ne pas oublier d'ajouter des languettes de collage)

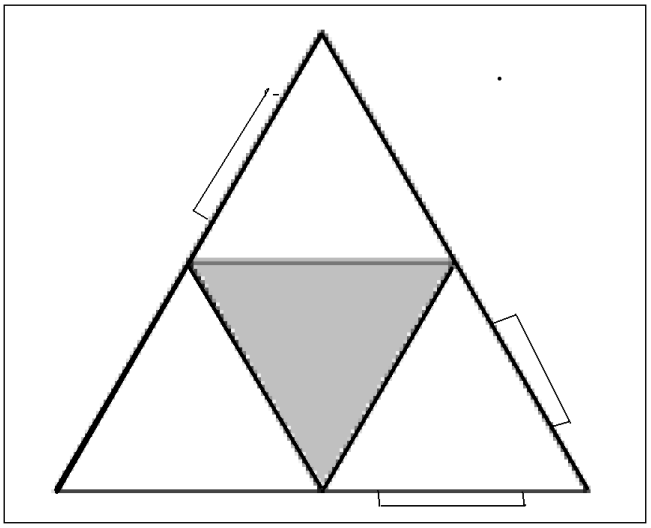


Figure 2 Poncif du tétraèdre. En gris la face au sol, horizontale.

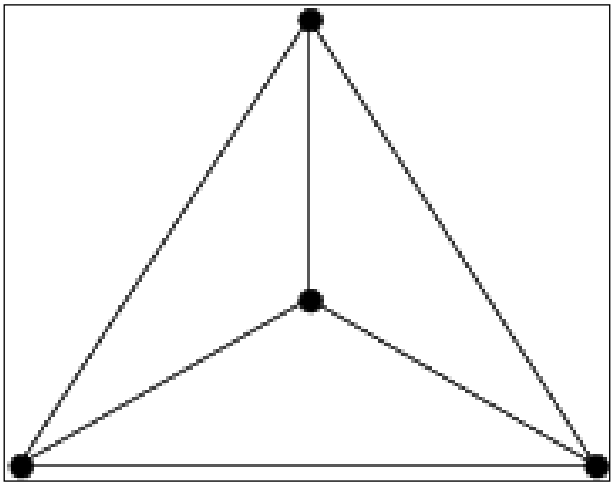


Figure 3 : image

A étant la longueur d'une arête du polyèdre.

Sphère inscrite : $\frac{a}{\sqrt{6}}$

Intersphère (tangente aux arêtes) : $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Sphère circonscrite : $\sqrt{\frac{3}{2}}a$.

Angle dièdre entre deux faces adjacentes

$$A_d = 2\arcsin\frac{\cos\frac{\pi}{q}}{\sin\frac{\pi}{p}} = \arccos\left(-\frac{2\cos^2\frac{\pi}{q} - \sin^2\frac{\pi}{p}}{\sin^2\frac{\pi}{p}}\right)$$

Pour le tétraèdre,
Les faces du polyèdre sont des triangles équilatéraux.
Les sommets du polyèdre sont entourés de 3 polygones.

Tableau produit par le logiciel

Cadran Tétraèdre régulier posé par une face sur un plan horizontal.
Polyèdre à 4 faces qui sont des triangles équilatéraux.
La rotation du polyèdre autour d'un axe vertical est possible, la variation de la déclinaison gnomonique est égale à la rotation
Triangle horizontal posé sur le sol, choisi pointant vers le SUD (dans l'hémisphère NORD)

Angles des 4 triangles équilatéraux, faces du tétraèdre : 60
Arêtes des polygones (triangles) des faces du polyèdre 100
Rayon de la sphère circonscrite au tétraèdre : 61.237
Hauteurs des triangles 86.603
Apothèmes de la pyramide 81.65
Angle dièdre (entre deux faces) 70.529
Côté du polygone (triangle) de base de la pyramide 100
Déclinaisons gnomoniques et inclinaison utilisables à toutes latitudes.
Latitude 48.833 Paris
Angle Sigma (s): angle horaire à la sous-stylaire
Angle Psi (f) : angle style/cadran0
Angle Ro : Rotation de la sous-stylaire, à partir de la PGPD, sommet pied du style droit, sens anti-horloge

Dg	Z	Commentaires	No	Sigma (s)	Psi (f)	Ro
180	70.529	Septentrional	1	180	60.638	-00
60	70.529	Incliné, S-O	2	54.879	-3.404	-145.175
-60	70.529	Incline, S-E	3	-54.879	-3.404	145.175

Le Cube ou Hexaèdre

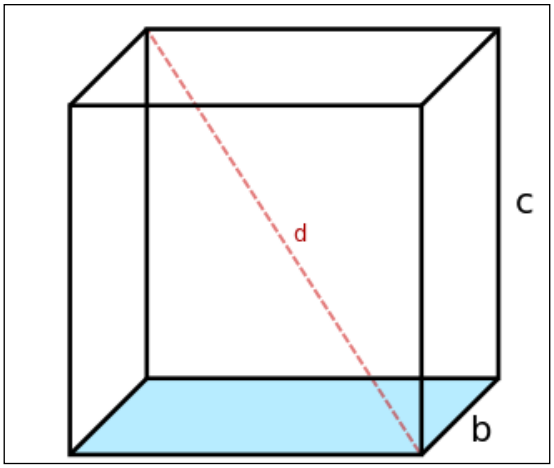


Figure 4

Géométrie du polyèdre

Le cube est un des cinq solides de Platon. Il possède 8 sommets et 12 arêtes.
De plus :
Les faces opposées sont parallèles Les faces adjacentes sont perpendiculaires
Tous les angles dièdres sont droits.
Les diagonales se coupent en un unique point, le centre du cube.
Mais par définition ses arêtes sont toutes de longueur égale, nommées ici a.
Ses faces sont donc des carrés, de même superficie, égale à a².

La longueur d'une diagonale vaut $a\sqrt{3}$

La sphère circonscrite a donc pour rayon $\frac{a}{2}\sqrt{3}$

Test calcul du rayon : Arête = 100 : Print (Arête / 2) * Sqr(3) : 86,6025403784439

la sphère tangente aux arêtes a pour rayon $\frac{a}{2}\sqrt{2}$

la sphère inscrite a pour rayon $\frac{a}{2}$

l'angle entre la diagonale

et chacun des plans adjacents $\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \simeq 35.26°$.

Tables du cube

No	Dg	Z	Commentaires	Sigma (s)	Psi (f)	Ro	Observations
1	45	90	45° OUEST	15h 32m 7s	-27.74	-148.272	
2	135	90	135° OUEST	20h 27m 53s	27.74	31.728	
3	-135	90	-135° EST	3h 32m 7s	27.74	-31.728	

4	-45	90	-45° EST	8h 27m 53s	-27.74	148.272	
5	-00	-00	Horizontal vers ciel	12h 0m 00s	48.833	-00	

Cadran Hexaèdre régulier.
Polyèdre à 6 faces qui sont des carrés.
Arête du polyèdre 100
Rayon de la sphère circonscrite au polyèdre 86.603
Rayon de la sphère tangente aux arêtes du polyèdre 70.711
Rayon de la sphère inscrite à l'intérieur du polyèdre 50
Diagonale du carré horizontal posée au sol : NORD_SUD 141.421
Angle de la diagonale aux faces adjacentes du polyèdre, passant par son centre 35.264
Angles au sommet des polygones 90
Latitude 48.833 Paris Angle Sigma (s): angle horaire à la sous-stylaire
Angle Psi (f) : angle style/cadran0
Angle Ro : Rotation de la sous-stylaire,à partir de la PGPD, sommet pied du style droit, sens anti-horloge

No	Dg	Z	Commentaires	Sigma (s)	Psi (f)	Ro	
1	90	90	OUEST	18h 0m 00s	+00	41.167	
2	180	90	NORD	24h 0m 00s	41.167	-00	
3	-90	90	EST	6h 0m 00s	+00	-41.167	
4	-00	90	SUD	12h 0m 00s	-41.167	180	
5	-00	-00	Horizontal ciel	12h 0m 00s	48.833	-00	

L'octaèdre

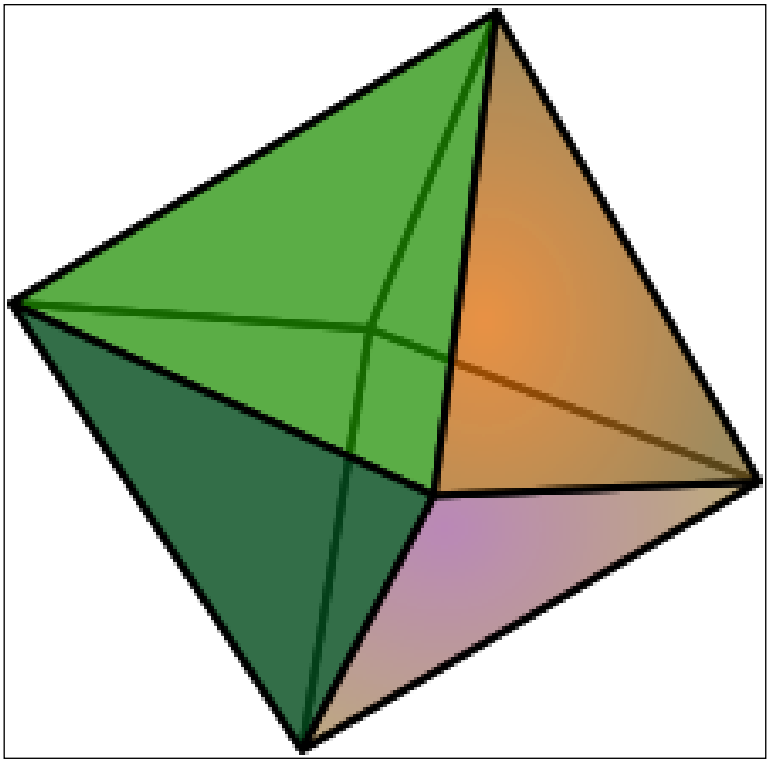


Figure 5 : Le solide octaèdre. Un octaèdre régulier est un solide de Platon composé de huit faces dont chacune est un triangle équilatéral, se joignant quatre à quatre à chaque sommet

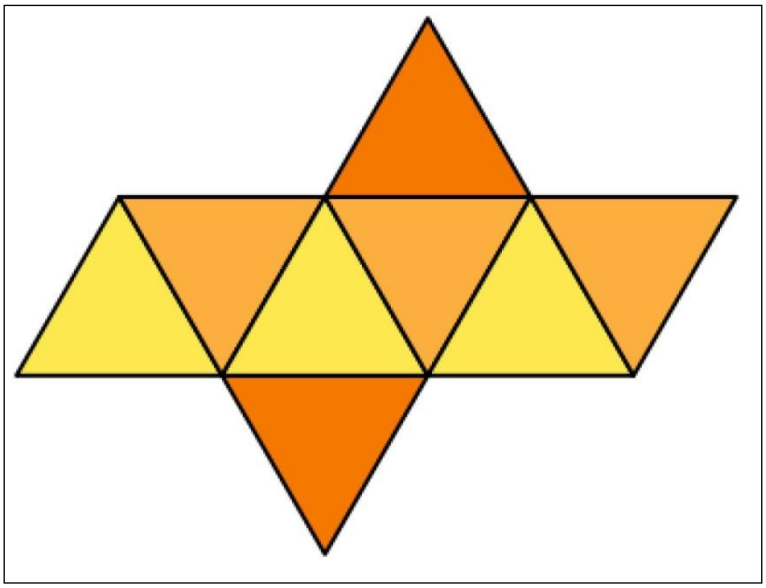


Figure 6 : Le poncif par un site internet

Ce poncif permet de visualiser et de vérifier que l'octaèdre régulier est un polygone dont les faces sont 8 triangles équilatéraux : 3 côtés égaux, 3 angles de 60°

Dans la réalité il est plus facile de réaliser deux demi-octaèdres. Nous dessinons un carré dont le côté est égal à l'arête du futur octaèdre.

Pour construire un moule le carré est un évidement dans un panneau. Pour une maquette c'est un carré en carton ou en bristol par exemple.
La valeur de l'apothème, centre du carré à sommet des 4 triangles s'obtient de la façon suivante :
Soit « Arête » l'arête du polyèdre, coté des faces triangles équilatéraux,
Sqr signifie « Racine carré »
Apothème = Arête * Sqr(2)
Le rayon de la sphère circonscrite à l'octaèdre n'est rien d'autre que l'apothème.

Si l'on désire réaliser l'octaèdre à partir de le sphère circonscrite à l'octaèdre il faut faire le calcul inverse .
Nous mesurons au mètre à ruban la circonférence de la sphère et nous en déduisons le rayon : R = circonférence / (Pi * 2))
L'arête de l'octaèdre, qui se mesure au compas sur la sphère, a pour valeur
Arête = R / sqr(2)
Angle dièdral : « *Angle-Dièdre* » , angle entre deux faces adjacente des pyramide à 4 faces, de 60°, pour chaque sommet.
Ncoté = 4 , nombre de côté à un sommet du polyèdre0.
Angle_Dièdre = AcosD(1 - (2 * (Cos(Pi / Ncôtés) ^ 2)) / (cosD(60 / 2) ^ 2))
Tests: Angle_Dièdre = AcosD(1 - (2 * (Cos((Atn(1) * 4) / 4) ^ 2)) / (cosD(60 / 2) ^ 2)):
Print Angle_Dièdre : 109. 471220634491°

Une face étant posée sur le sol horizontal calculons l'angle formé par la droite partant du sommet au sol et passant par le centre du polyèdre
La droite Hauteur d'un triangle du polyèdre a pour valeur :
Hauteur = arête/2 *sqr (3)
L'angle entre la diagonale et chacun des plans adjacents, dit « Angle_Traversante » a pour valeur
Angle_Traversante = AcosD(Apothème / Hauteur)
' 2e voie : atnD((Arête/2) / Apothème) = 35.2643896827546

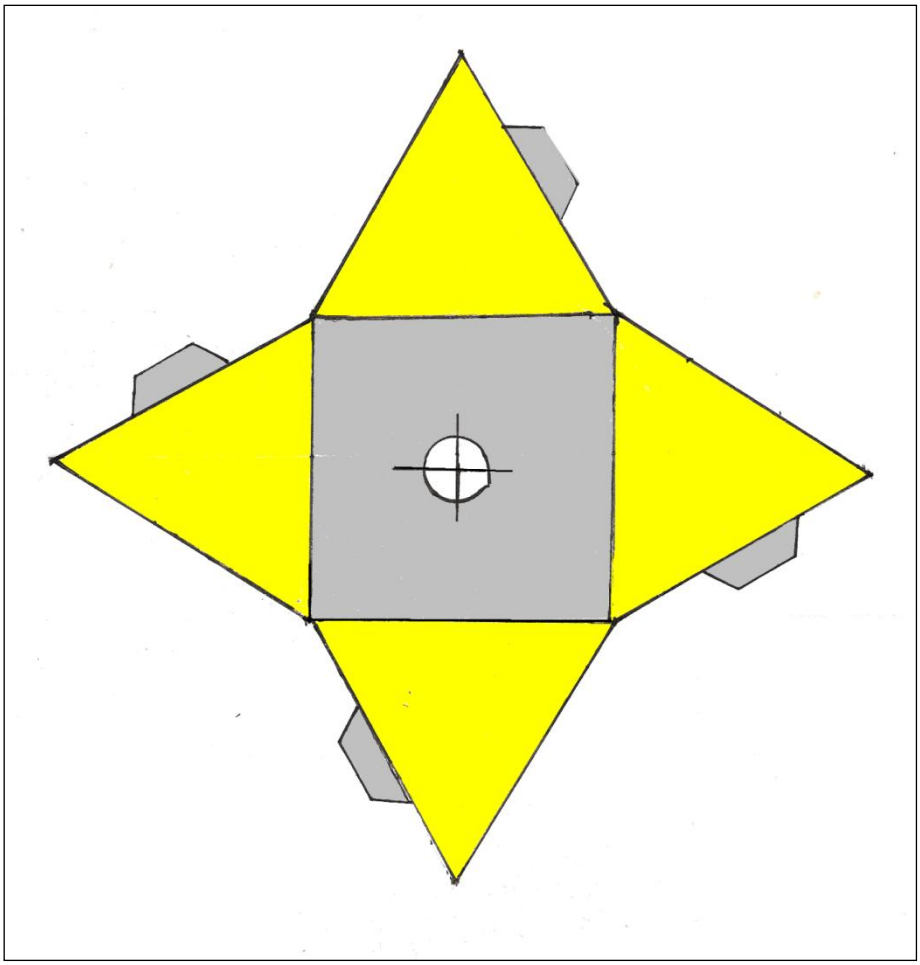


Figure 7 : Demi-octaèdre. C'est une pyramide à base carrée. Les triangles jaunes sont équilatéraux, 3 côtés égaux, trois angles égaux de 60°. L'octaèdre complet s'obtient en collant l'un contre l'autre les deux carrés de base des deux pyramides, lorsqu'il s'agit de réaliser une maquette.

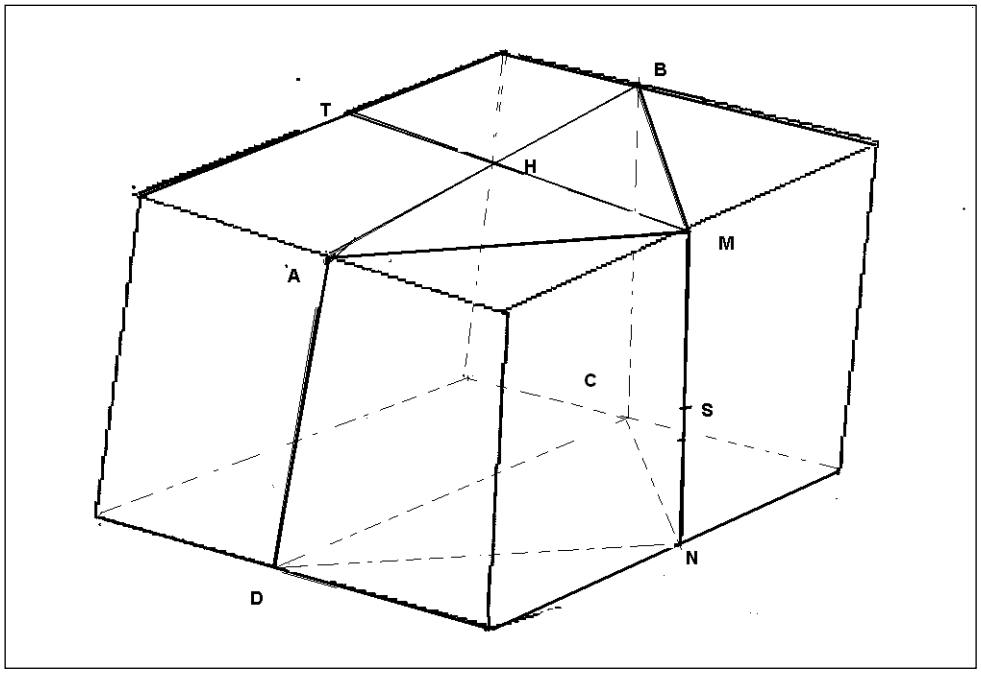


Figure 8 Découpe d'une pierre pour obtenir un octaèdre, 1er sciage

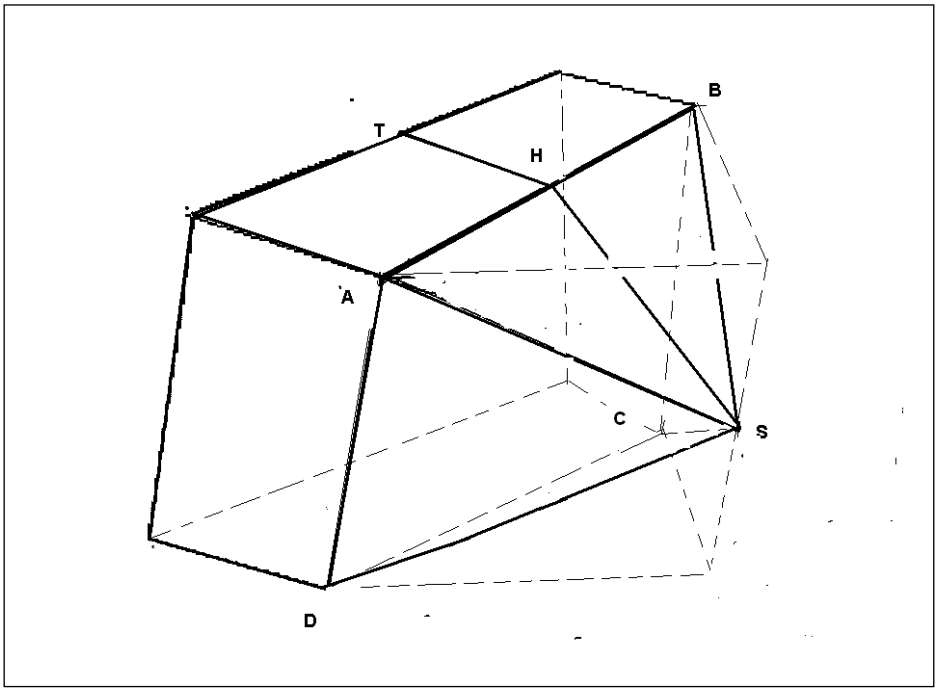


Figure 9 Découpe d'une pierre pour obtenir un octaèdre, 2e sciage

Table obtenue par le logiciel pour l'octaèdre

Paramètres inclinaisons (Z) et déclinaisons (Dg) pour 7 cadrans sur un octaèdre régulier
Polyèdre à 8 faces qui sont des triangles équilatéraux.
Composé de 2 pyramides accolées par leurs bases carrées

Remarque : chaque sommet de l'octaèdre est un sommet de pyramide à base carrée
Les faces sont 8 triangles équilatéraux.

Angles au sommet des triangles 60
Angles aux bases des triangles 60
Arêtes du polyèdre, côtés des triangles 100
Hauteurs des triangles 86.603
Apothèmes des pyramides 70.711
Rayon de la sphère circonscrite à l'octaèdre 70.711
Rayon de la sphère inscrite à l'intérieur de l'octaèdre 40.825
Rayon de la sphère tangente aux arêtes de l'octaèdre 50
Côté du carré de base des pyramides 100
Latitude 48.833 Paris , Dg et Z pour toutes latitudes.

Les angles Sigma (s), Psi (f), et Ro sont calculés pour la latitude : 48.833
Angle Sigma (s): angle horaire à la sous-stylaire
Angle Psi (f) : angle style/cadran0
Angle Ro : Rotation de la sous-stylaire,à partir de la PGPD,sommet pied du style droit, sens anti-horloge
OCTAEDRE REGULIER : Contact du sol par un triangle horizontal, sommet pointant le SUD.

No	Dg	Z	Commentaires	Sigma (s)	Psi (f)	Ro	Observations
1	60	109.471	60° OUEST	17h 22m 19s	-34.141	-136.467	
2	180	109.471	NORD	24h 0m 00s	21.695	-00	
3	-60	109.471	-60° EST	6h 37m 41s	-34.141	136.467	
4	-00	70.529	SUD	12h 0m 00s	-21.695	180	
5	120	70.529	120° OUEST	18h 37m 41s	34.141	43.533	
6	-120	70.529	- 120° EST	5h 22m 19s	34.141	-43.533	
7	-00	-00	Horizontale supérieure	12h 0m 00s	48.833	-00	

Sous-stylaires tombant à des heures rondes à la latitude 35.26439
Un octaèdre non régulier, permet d'observer cette particularité ç la latitude de 46.6°, et sa version déformable à toutes latitudes. Voir GAGNAIRE Paul, Octaèdre du Ferraud, Ed. Cadran Info n°28 d'octobre 2013, page 82.

¤¤¤

```
A1 = 100
a = InputBox(" Donner la valeur de l'Arête " & Chr(13) & Chr(10) & " en millimètres : ", " Arête ", Str(A1) & " mm")
Arête = Val(a)
If Arête = 0 Then Arête = 100

' ##################################################
' Rayon de la sphére circonscrite
Apothème = Arête * Sqr(2) / 2
R_Circonscrit = Arête * Sqr(2) / 2
'Test: Arête = 100: Print Arête * Sqr(2) / 2 ; 70.7106781186548
' Inverse print 70.7106781186548 *2 / sqr(2) ; 100

' Calcul inverse pour le cas où l'on part d'une sphère.
A1 = ArNu(R_Circonscrit, 5): A2 = A1
a = InputBox(" Inversement en donnant le rayon de la sphère circonscrite, calculons l'arête : " & Chr(13) & Chr(10) & " en millimètres : ", " Sphère circonscrite ", Str(A1) & " mm")
R_Circonscrit = Val(a)
If R_Circonscrit = 0 Then R_Circonscrit = A2
Arête = (R_Circonscrit * 2) / Sqr(2)
Arête = ArNu(Arête, 3)

' Hauteur des triangles
Hauteur = Arête / 2 * Sqr(3)
' test arête = 100: print Arête / 2 * Sqr(3) ; 86,6025403784439

' Angle aux sommetx des triangle de l'octaèdre …
ASB = 60

Angle_Dièdre = AcosD(1 - (2 * (Cos(Pi / Ncôtés) ^ 2)) / (cosD(60 / 2) ^ 2))
' Test: print AcosD(1 - (2 * (Cos(Pi / Ncôtés) ^ 2)) / (cosD(60 / 2) ^ 2)) ; 109.471220634491

'R_Inscrit : rayon de la sphère inscrite à l'intérieur de l'octaèdre
R_Inscrit = (Arête / 2) * Sqr(2 / 3)
' Test : Print R_Inscrit : 40,8248290463863

' R_sphère_tangente_arêtes : Rayon de la sphère tangente aux arêtes de l'octaèdre
R_sphère_tangente_arêtes = Arête / 2
' Test : print R_sphère_tangente_arêtes : 100

' L 'angle entre la diagonale et chacun des plans adjacents, dit " Angle_Traversante " a pour valeur
Angle_Traversante = AcosD(Apothème / Hauteur)
' test : Print Angle_Traversante ; 35,2643896827546
' 2e voie : print atnD( (Arête/2) / Apothème) : 35,2643896827547

Dox1 = taBu & " OCTAEDRE REGULIER : Contact du sol par un triangle horizontal, sommet pointant le SUD." & Retcha

i = 1: Face_Dg(i) = 60: Face_Z(i) = Angle_Dièdre: Face_Nom(i) = " 60° OUEST"
i = i + 1: Face_Dg(i) = 180: Face_Z(i) = Angle_Dièdre: Face_Nom(i) = " NORD "
i = i + 1: Face_Dg(i) = -60: Face_Z(i) = Angle_Dièdre: Face_Nom(i) = " -60° EST "
```

```
 i = i + 1: Face_Dg(i) = 0: Face_Z(i) = 180 - Angle_Dièdre: Face_Nom(i) = " SUD "
 i = i + 1: Face_Dg(i) = 120: Face_Z(i) = 180 - Angle_Dièdre: Face_Nom(i) = " 120° OUEST "
 i = i + 1: Face_Dg(i) = -120: Face_Z(i) = 180 - Angle_Dièdre: Face_Nom(i) = "- 120° EST "
 i = i + 1: Face_Dg(i) = 0: Face_Z(i) = 0: Face_Nom(i) = "Horizontale supérieure"

 ' Écriture de la chaine de caractères du texte Dox
 ' Pour la machine à écrire :
 ' Tabu Tabulation
 ' Retcha : retour charriot
 ' & concaténation

 Dox = "" & Retcha
 Dox = Dox & taBu & " Paramètres inclinaisons (Z) et déclinaisons (Dg) pour 7 cadrans sur un octaèdre régulier " & Retcha
 Dox = Dox & taBu & " Polyèdre à 8 faces qui sont des triangles équilatéraux. " & Retcha
 Dox = Dox & " Composé de 2 pyramides accolées par leurs bases carrées " & Retcha
 Dox = Dox & " Remarque : chaque sommet de l'octaèdre est un sommet de pyramide à base carrée " & Retcha
 Dox = Dox & " Les faces sont 8 triangles équilatéraux. " & Retcha & Retcha

 Dox = Dox & " Angles au sommet des triangles " & taBu & Arr(60, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Angles aux bases des triangles " & taBu & Arr(60, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Arêtes du polyèdre, côtés des triangles " & taBu & Arr(Arête, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Hauteurs des triangles " & taBu & Arr(Hauteur, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Apothèmes des pyramides " & taBu & Arr(Apothème, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Rayon de la sphère circonscrite à l'octaèdre " & taBu & Arr(R_Circonscrit, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Rayon de la sphère inscrite à l'intérieur de l'octaèdre" & taBu & Arr(R_Inscrit, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Rayon de la sphère tangente aux arêtes de l'octaèdre " & taBu & Arr(R_sphère_tangente_arêtes, 3) & Retcha

 Dox = Dox & " Côté du carré base des pyramides" & taBu & Arr(Arête, 3) & Retcha & Retcha
 Dox = Dox & " Latitude " & taBu & Arr(Phi, 3) & taBu & Lieu & Retcha & Retcha
 ' #########################
 Dox = Dox & " Les angles Sigma (s), Psi (f), et Ro sont calculés pour la latitude : " & taBu & Arr(Phi, 3) & Retcha
 Dox = Dox & " Angle Sigma (s): angle horaire à la sous-stylaire" & Retcha
 Dox = Dox & " Angle Psi (f) : angle style/cadran0" & Retcha
 Dox = Dox & " Angle Ro : Rotation de la sous-stylaire,à partir de la PGPD,sommet pied du style droit, sens anti-horloge" & Retcha & Retcha
'#########################################

 Dox = Dox & taBu & Dox1
 Dox = Dox & "No" & taBu & " Dg " & taBu & " Z " & taBu & "Commentaires" & taBu & "Sigma (s) " & taBu & " Psi (f)" & taBu & " Ro " & taBu & " Observations " & Retcha
 For i = 1 To 7
 ' If Face_Z(i) <> 0 Then Face_Dg(i) = Face_Dg(i) + 180

 Dg = Face_Dg(i): Z = Face_Z(i)
 Call Coordonnées_CHE: Sigma1 = Sigma: Psi1 = Psi: Ro1 = Ro
 Sigma1 = Sigma1 - Int(Sigma1 / 360) * 360
 If Sigma1 > 180 Then Sigma1 = Sigma1 - 360
```

```
 ' Dox = Dox & Str(i) & taBu & Arr(Face_Dg(i), 3) & taBu & Arr(Face_Z(i), 3) & taBu & Face_Nom(i) & taBu & Arr(Sigma1, 3) & taBu & Arr(Psi1, 3) & taBu & Arr(Ro1, 3) & Retcha
 Dox = Dox & Str(i) & taBu & Arr(Face_Dg(i), 3) & taBu & Arr(Face_Z(i), 3) & taBu & Face_Nom(i) & taBu & SexaHms(12 + Sigma1 / 15) & taBu & Arr(Psi1, 3) & taBu & Arr(Ro1, 3) & Retcha
 If i / 10 = Int(i / 10) Then Dox = Dox & " # " & taBu & " # " & taBu & " # " & taBu & " # " & taBu & " # " & taBu & " # " & taBu & " # " & Retcha
 Next i

 Dox = Dox & Retcha

 If Angle_Traversante <> 0 Then
 Dox = Dox & "Sous-stylaires tombant à des heures rondes à la latitude " & taBu & Arr(Angle_Traversante, 5) & Retcha
 End If
End Sub
```

Dodécaèdre

Un dodécaèdre régulier est un solide composé de 12 faces. Le préfixe dodéca, d'origine grecque, fait référence au nombre de faces. Un dodécaèdre régulier est un solide de Platon composé de faces pentagonales, dont 3 se rejoignent à chaque sommet.

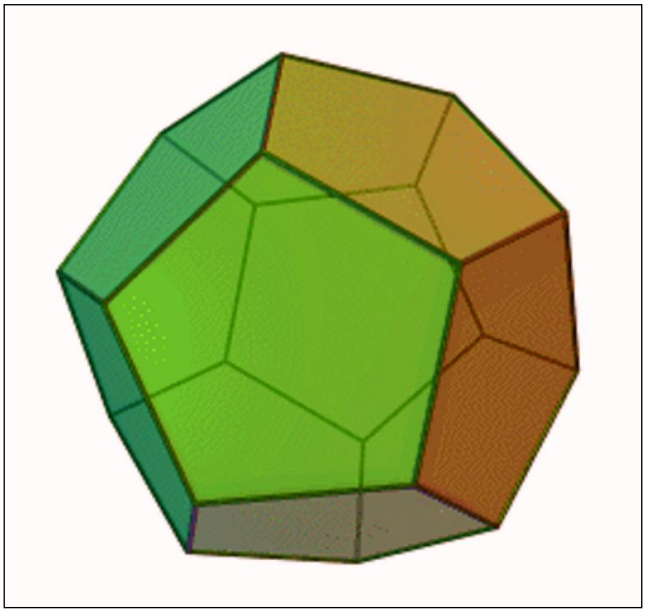


Figure 10 : Image d'un dodécaèdre régulier.

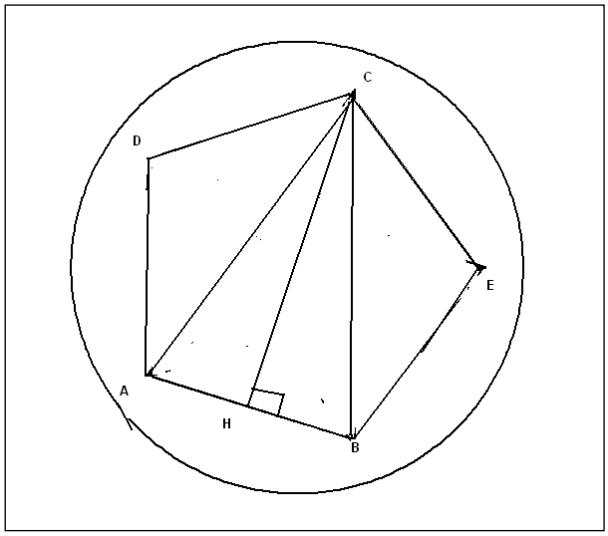


Figure 11 : sommet d'une branche d'étoile à 5 branches.

Après avoir placé deux points, extrémités d'une arête, si l'on connait les longueurs AC et BC, il devient possible de tracer le pentagone sur une sphère.

Calcul : Longueur_Br_Etoile = Arête * Phi_N_OR

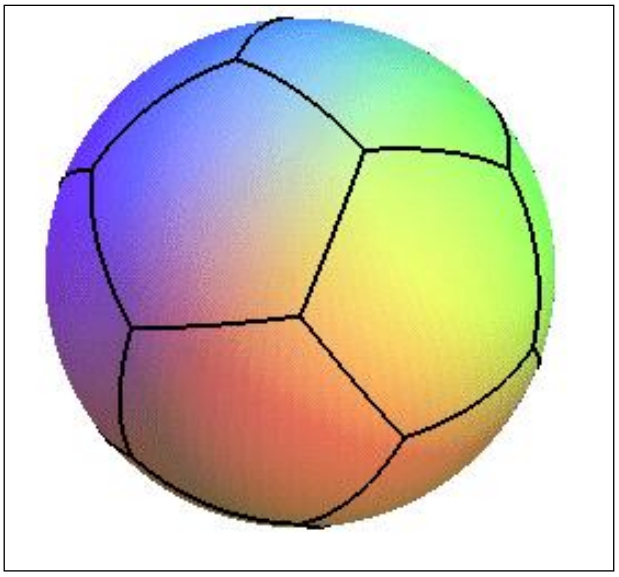


Figure 12 : dodécaèdre sur ballon.

Formules, taille d'une pierre.

Soit Pi le nombre Pi calculé par Pi = arcTan (1)*4
Soit Phi_N_OR le nombre d'or, nous avons Phi_N_OR = (1 + Sqr(5)) / 2
Puis : Longueur_Br_Etoile = Arête * Phi_N_OR
Rayon de l'intersphère : rayon de la sphère tangente aux arêtes
Rayon Sphère tangente aux arêtes = (Phi_N_Or) ^2 * Arête
Si l'on désire réaliser le dodécaèdre à partir d'une sphère circonscrite à ses sommets, nous pouvons nous exercer à l'aide d'un ballon par exemple.
Nous mesurons au mètre à ruban la circonférence de la sphère (le ballon). Et nous en déduisons le rayon « R_Circonscrit » par la formule :

*R_Circonscrit = circonférence / (Pi * 2))*

R_Circonscrit étant le rayon de la sphère circonscrite au dodécaèdre en cours de construction.
L'arête du dodécaèdre, également côté du pentagone, s'obtient par,

*Arête = R_Circonscrit / (Sqr(3) * (1 + Sqr(5))) * 4*

La 1ère arête se mesure au compas sur la sphère. Nous choisissons arbitrairement 2 points.
Ensuite, nous devrons déterminer au compas le point sommet du pentagone plan placé sur une droite élevé perpendiculairement du milieu de l'arête droite (attention : non courbe) joignant les deux points choisis en premier.
Ce point est le sommet d'une branche d'étoile à 5 branches ayant ces extrémités aux sommets de l'arrête définie.
Les longueurs « *Longueur_Br_Etoile* » de ces branches à mesurer sur le ballon seront :

Longueur_Br_Etoile = (Arête/2) / cosd(72)

Le d attaché à cos signifiant que l'angle CAB « *Sommet /Arête »* est exprimé en degrés décimaux.
A partir des trois points connus, au compas ouvert à une longueur d'arête, il nous est relativement facile de déterminer les deux emplacements manquant pour obtenir le pentagone complet.

- Connaissant l'arête déduite de la circonférence de la sphère nous plaçons au compas sur la sphère l'arête AB.
- Nous traçons deux arcs BC et AB que nous avons calculés de valeur « *Longueur_Br_Etoile* » Ce sont des branches d'étoile à 5 branches du pentagone.
- Puis nous portons deux arcs CD et AD égaux à l'arête et enfin deux arcs CE et BE égaux aussi à l'arête.
- Le 1er pentagone est tracé, il reste à tracer les 11 autres et à raboter les excès sphérique si nous voulons, si la sphère est en pierre par exemple.

Le Poncif, pour une maquette ou un moule.

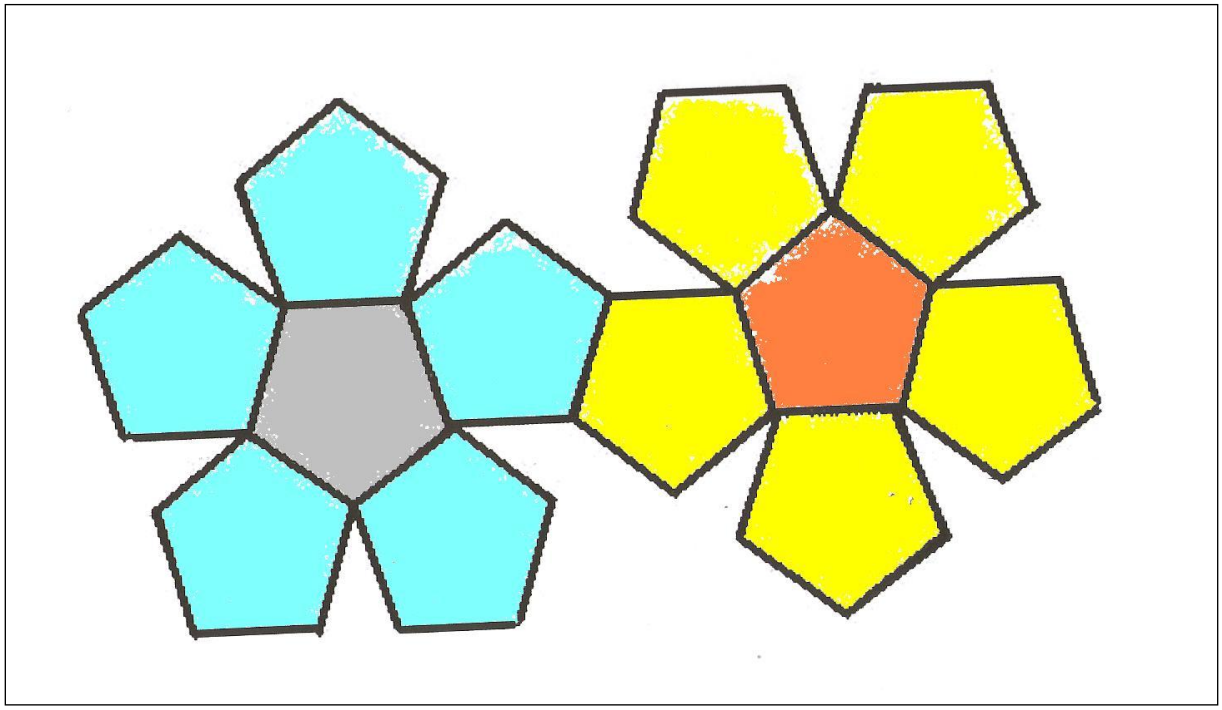


Figure 13 Poncif (Synonyme de patron chez les couturières) d'une maquette ou d'un moule de dodécaèdre.

Les faces sont des polygones dit « Pentagones » Ce sont des polygones à 5 côtés égaux, et à 5 angles égaux, de 108°

Nous voyons :

- A gauche, en gris la face qui sera posée sur un sol horizontal. Pour un moule elle peut être percée d'un gros trou de remplissage.
- Autour de cette face, en bleu, les 5 faces inclinées vers le sol. Elles forment les parois de la partie dite « bol bas du dodécaèdre » Leurs inclinaisons gnomoniques (Z) sont de 116.565051177078 °. Z étant plus grand que 90° (vertical) ces faces sont inclinées vers sol.
- A droite, au centre le pentagone rouge horizontal de la face supérieure du dodécaèdre.
- Autour de ce pentagone, cinq pentagones jaunes. Ces figures géométriques planes forment les parois de la partie dite « bol haut du dodécaèdre » Leurs inclinaisons gnomoniques (Z) sont de 63.434948822922°. Z étant plus petit que 90° (vertical) ces faces sont inclinées vers le ciel.

Table des cadrans sur dodécaèdre

Cadran Dodécaèdre régulier

Polyèdre à 12 faces qui sont des pentagones à côtés égaux, dits arêtes.
Arêtes des pentagones. 100
Angles aux sommets des pentagones 108
Pour dessiner un pentagone le rayon du son cercle circonscrit est : 85.065
Chaque sommet s'obtient en traçant un rayon, en degrés décimaux, tous les 72°
Sur une sphère nous devrons placer une arête, puis une branche de l'étoile basée sur cette arête,

La longueur en ligne droite, des branches de l'étoile, sera 161.803
Hauteur des branches de l'étoile, sur le plan, Mi-arête /sommet 153.884
Rayon de la sphère inscrite à l'intérieure du dodécaèdre 111.352
Rayon de la sphère tangente aux arêtes du dodécaèdre 130.902
Latitude 48.833 Paris , Dg et Z pour toutes latitudes .
Les angles Sigma (s), Psi (f), et Ro sont calculés pour la latitude : 48.833
Angle Sigma (s): angle horaire à la sous-stylaire
Angle Psi (f) : angle style/cadran
Angle Ro : Rotation de la sous-stylaire,à partir de la PGPD, sommet pied du style droit, sens anti-horloge

DODECAEDRE REGULIER :le pentagone face vers sol a un sommet vers le SUD.

No	Dg	Z	Commentaires	Sigma (s)	Psi (f)	Ro	
1	-00	180	Sol_Hori	24h 0m	-48.833	-00	
2	36	116.565	Sol_SSW	16h 18m	-54.388	-138.359	
3	108	116.565	Sol_NNW	20h 2m	-8.901	-140.679	
4	180	116.565	Sol_Nord	24h 0m	14.602	-00	
5	-108	116.565	Sol_NNE	3h 58m	-8.901	140.679	
6	-36	116.565	Sol_SSE	7h 42m	-54.388	138.359	
7	72	63.435	Ciel_SW	15h 58m	8.901	39.321	
8	144	63.435	Ciel_NW	19h 42m	54.388	41.641	
9	-144	63.435	Ciel_NE	4h 18m	54.388	-41.641	
10	-72	63.435	Ciel_SE	8h 2m	8.901	-39.321	
11	-00	63.435	Ciel_Sud	12h 0m	-14.602	180	
12	-00	-00	Ciel_Horizontal	12h 0m	48.833	-00	

Latitudes auxquelles les angles Sigma (s) devraient être multiples de 15°
52.62525 et 31.7175

L’ icosaèdre

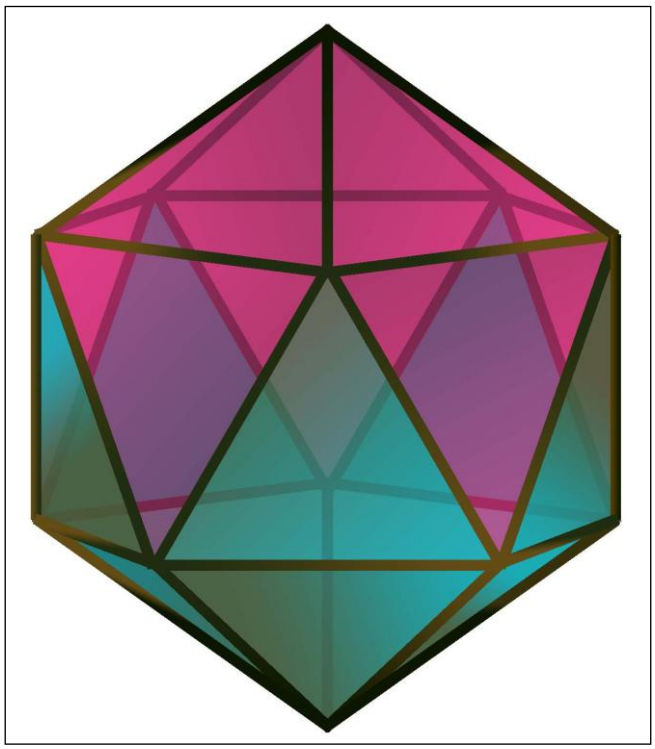


Figure 14 : icosaèdre à sommet vers sol.
(cas du cadran d’Edimburg, du Mont-Sainte-Odile)

Un icosaèdre régulier est un solide composé de 20 faces, qui sont des triangles équilatéraux. Le préfixe icosa, d'origine grecque, fait référence au nombre de faces : 20. Un icosaèdre régulier est un solide de Platon composé de faces triangulaires dont 5 se rejoignent à chaque sommet.

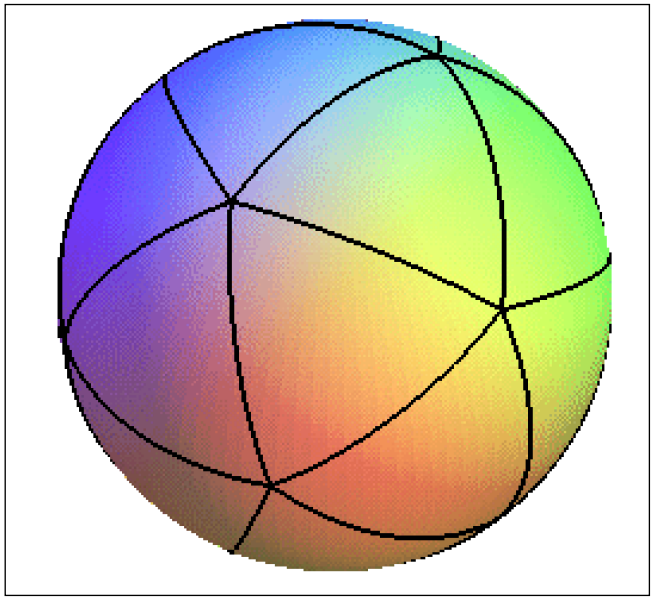


Figure 15 : Icosaèdre sur ballon.

Pour tracer les triangles sphériques d'un icosaèdre sur ballon il suffit de ceinturer un ballon pour avoir sa circonférence, d'en déduire le rayon de sa sphère circonscrite, puis la longueur des arêtes, La longueur de ces dernières permet de tracer au compas les triangles.

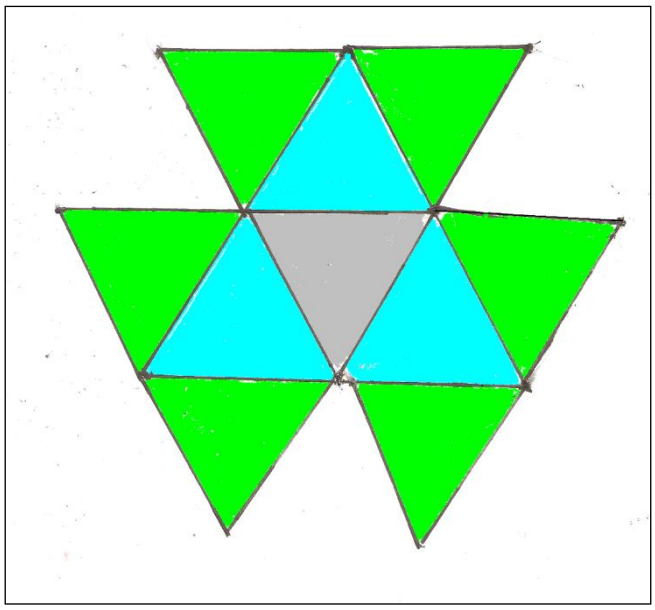


Figure 16 Poncif de l'icosaèdre, les 10 triangles du bol reposant sur le sol.

Pour les gnomonistes sa maquette en bristol se réalise par deux bols, composés de 10 triangles équilatéraux. Pour le bol bas un triangle (en gris) est utilisé comme pied pour poser le solide sur un plan horizontal. Le second bol, de 10 triangles aussi, est face vers ciel

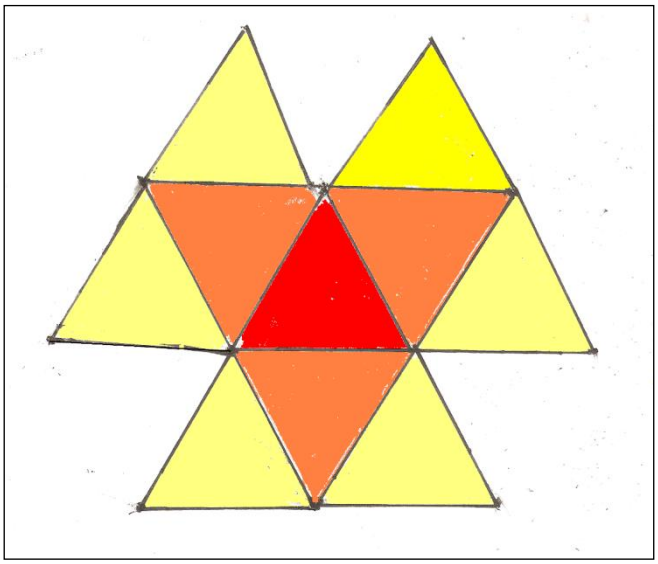


Figure 17 : Poncif de l'icosaèdre, les 10 triangles du vers le ciel.

Le second bol, de 10 triangles aussi, le triangle central, rouge, est face vers ciel.

Formules

Les formules à utiliser pour déterminer les inclinaisons (Z) et déclinaisons gnomoniques seront

Angle diédral : $$\alpha = \pi - \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) rad \approx 138°11'23''$$

Rayon de la sphère circonscrite $$r_{ext} = \frac{a}{2}\sqrt{2+\varphi} = \frac{a}{2}\sqrt{\varphi\sqrt{5}} \approx 0{,}95\,a$$

Rayon de la sphère inscrite $$r_{int} = \frac{a}{6}\sqrt{3}(1+\varphi) \approx 0{,}76\,a$$

Rayon de la sphère inscrite à l'intérieur de l'icosaèdre $$h = 2r_{int} = \frac{a}{3}\sqrt{3}(1+\varphi) \approx 1{,}51\,a$$

‘Nous transcrirons en code informatique les formules ci-dessus et nous ajouterons de nombreuses ‘autres formules indispensables pour éditer des tables de paramètres de cadrans solaires propres à ‘ chacune des faces.

‘Angle entre deux triangles adjacents Z_Adja, dit angle dièdre
‘ Soient : Arête = 100 et Phi_N_OR= (1 + Sqr(5)) / 2 = 1,61803398874989
‘Phi_N_OR étant la constante « Nombre d’OR » habituellement noté Φ
' Z_Adja = AcosD(1 - (2 * (Cos(Pi / Ncôtés) ^ 2)) / (cosD(ASB / 2) ^ 2))
‘ En remplaçant les variables par leurs valeurs :
Z_Adja = AcosD(1 - (2 * (Cos(Pi / 5) ^ 2)) / (cosD(60 / 2) ^ 2))
' test print Z_Adja ; 138.189685104221

‘ Connaissant l’arête, calcul du rayon de la sphère circonscrite au polyèdre .
R_Circonscrit = (Arête / 2) * Sqr(2 + Phi_N_OR)
' test: R_Circonscrit ' (Arête / 2) * Sqr(2 + Phi_N_OR); 95, 1056516295154#

‘ Connaissant le rayon de la sphère circonscrite au polyèdre, calculer son arête : .
Arête = R_Circonscrit / Sqr(2 + Phi_N_OR) * 2
' test: Phi_N_OR = (1 + Sqr(5)) / 2: print 95.1056516295154/ Sqr(2 + Phi_N_OR) * 2 100

' Rayon de la sphère inscrite à l'intérieur de l'icosaèdre
R_Inscrit = (Arête / 6) * Sqr(3) * (1 + Phi_N_OR)
' Test: Print (Arête / 6) * Sqr(3) * (1 + Phi_N_OR) 75,5761314076171

' Rayon de la sphère inter inscrite à l'intérieur de l'icosaèdre tangente aux arêtes.
R_Sph_Interinscrite = Arête * Phi_N_OR / 2
' test: Print R_Sph_Interinscrite = 80,9016994374947

'Hauteur d'un triangle de l'icosaèdre
H_Tri_Icosa = Arête * Sqr(3) / 2
' test: print Arête * Sqr(3) / 2= 86.6025403784439

‘ Hauteur d'un tiangle du pentagone d'un bol
H_Tri_Penta = (Arête / 2) * tanD(54)
' Test :Arête = 100 : print (Arête / 2) * tanD(54) = 68,8190960235587

‘ Tiers des hauteurs des triangles constituant les faces
‘ Intersection_bissec_Hauteur_Trian = tanD(30) * Arête / 2
' test: Intersection_bissec_Hauteur_Trian = tanD(30) * 100 / 2 :
‘ Print Intersection_bissec_Hauteur_Trian 28.8675134594813

' Rayon du pentagone d'un bol
Rayon_Penta = (Arête / 2) / sinD(36)
'Test: Arête = 100 : print (Arête / 2) / sinD(36) ; 85,065080835204

‘ Cas de l’icosaèdre posé sur le sol par un sommet.

' Inclinaison des triangles du bas de la ceinture
Z_Trian_Bas_Ceint = Z_Trian_Bol_Sol - (180 - Z_Adja)
' Test : Print Z_Trian_Bol_Sol - (180 - Z_Adja); 100.812316963572

' Inclinaison des triangles du haut de la ceinture
Z_Trian_Haut_Ceint = 180 - Z_Trian_Bas_Ceint
' Test : Print Z_Trian_Haut_Ceint ; 79.1876830364283

' Inclinaison des triangles du bol haut, Icosaèdre posé au sol par un sommet (T. 1)
Z_Trian_Bol_Ciel = 180 - Z_Trian_Bol_Sol
' Test : Print Z_Trian_Bol_Ciel ; 37,3773681406497

‘ Cas de l’icosaèdre posé sur le sol horizontal par un triangle (Table 4)

' Inclinaison des 6 triangles jaune du bol haut, adjacents aux 3 triangles orange.
Z_6_Trian_Tg_table_4 = atnD(R_Inscrit / Intersection_bissec_Hauteur_Trian)
' Test : print atnd(R_Inscrit / Intersection_bissec_Hauteur_Trian) : 69,0948425521107

' Inclinaisons des triangles vert du bol bas, adjacents aux 3 triangles bleu.
Z_Trian_Bol_Sol = AcosD(-H_Tri_Penta / H_Tri_Icosa)
' Test print Z_Trian_Bol_Sol ; 142.62263185935

Table éditée par le logiciel AlgoSola.

Cadran icosaèdre régulier

Polyèdre à 20 faces qui sont des triangles équilatéraux.
Ou : les faces sont 20 triangles à côtés, dits arêtes, égaux.
Arêtes des triangles. 100
Sur une sphère, connaissant l'arête du triangle, au compas il est possible
de placer les sommets d'un 1er triangle, puis de tracer tous les autres
Rayon de la sphère circonscrite extérieure à l'icosaèdre tangente aux sommets. 95.106
Rayon de la sphère inter inscrite à l'intérieur de l'icosaèdre tangente aux arêtes. 80.902
Rayon de la sphère inscrite à l'intérieur de l'icosaèdre, tangente aux faces. 75.576
Hauteur des triangles de l'icosaèdre . 86.603
Intersection des hauteurs d'un triangle de l'icosaèdre . 28.868

les intersections des hauteurs d'un triangle de l'icosaèdre, se mesurent depuis sa base, elles sont au tiers de leurs longueurs.

Angle dièdral entre deux triangles du polyèdre. 138.19

Inclinaison des 6 triangles du bol haut table 4, jaune sur la figure 17 : 69.095

. Hauteur des triangles du pentagone des bols . 68.819

. Latitude : 48.833 Paris , Dg et Z pour toutes latitudes.

.Angles au sommet des triangles. 60

. Les angles Sigma (s), Psi (f), et Ro sont calculés pour la latitude : 48.833

Angle Sigma (s): angle horaire à la sous-stylaire

Angle Psi (f) : angle style/cadran

Angle Ro : Rotation de la sous-stylaire, à partir de la PGPD, sommet pied du style droit, sens anti-horloge

TABLEAU 4: Contact du sol par un triangle horizontal duquel part un triangle incliné plein SUD.

No	Dg	Z	Commentaires	Sigma (s)	Psi (f)	Ro	Observations
1	-00	180	Sol Horiz pointe NORD	24h 0m 00s	-48.833	-00	
2	-00	138.19	Sol incli SUD	12h 0m 00s	-89.356	180	
3	120	138.19	Sol 120 W	21h 28m 23s	-19.98	-142.658	
4	-120	138.19	Sol -120 E	2h 31m 37s	-19.98	142.658	
5	40	110.905	Sol +40 W	16h 12m 39s	-47.703	-141.043	
6	80	110.905	Sol +80 W	18h 27m 57s	-22.049	-135.621	
7	140	110.905	Sol +140 W	21h 28m 43s	11.68	25.598	
8	-140	110.905	Sol -140 E	2h 31m 17s	11.68	-25.598	
9	-80	110.905	Sol -80 E	5h 32m 3s	-22.049	135.621	
10	-40	110.795	Sol - 40 E	7h 47m 46s	-47.618	141.119	
#	#	#	#	#	#	#	
11	20	69.095	Ciel 20 W	13h 18m 32s	-18.012	-166.306	
12	100	69.095	Ciel 100 W	17h 32m 3s	22.049	44.379	
13	140	69.095	Ciel 140 W	19h 47m 21s	47.703	38.957	
14	-140	69.095	Ciel - 140 E	4h 12m 39s	47.703	-38.957	
15	-100	69.095	Ciel -100 E	6h 27m 57s	22.049	-44.379	
16	-20	69.095	Ciel -20 E	10h 41m 28s	-18.012	166.306	
17	60	41.81	Ciel 60 W	14h 31m 37s	19.98	37.342	
18	180	41.81	Ciel incli NORD	24h 0m 00s	89.356	-00	
19	-60	41.81	Ciel -60 E	9h 28m 23s	19.98	-37.342	
20	-00	-00	Ciel horizontal	12h 0m 00s	48.833	-00	

Sous-stylaires équi-réparties sur les faces SUD à la latitude 51.52743

Sous-stylaires équi-réparties sur les faces SUD à la latitude 7.71176

Utilisations multi-latitudes

Il est possible de concevoir des polyèdres utilisables à diverses latitudes. Voici un exemple :
DODECAEDRE REGULIER : le pentagone face vers sol a un sommet vers le SUD. Afin de faciliter la réalisation et le positionnement, la latitude est choisie de manière à obtenir que les lignes sous-stylaires des cadrans chevauchent des lignes d'heure vraie rondes. Ici les angles Sigma (s), Psi (f), et Ro sont calculés pour la latitude : 10.808. D'autres latitudes sont possibles, nous en donnerons quelques unes.
Sous les latitudes de la France ce cadran est à poser dans une calotte sphérique creusée au sommet d'une carotte en pierre récupérée dans une marbrerie. Le sommet à 10.808° est placé pour viser la Polaire. La cavité est à habiller, par exemple de sable de Fontainebleau, ou de poudre de marbre

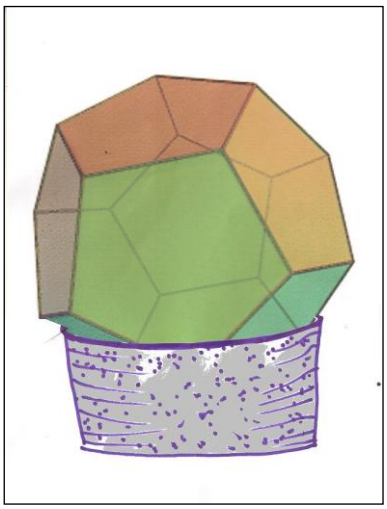


Figure 18 Le dispositif de pose en pierre taillée.

Conservons notre exemple pour la latitude: 10.808° décimaux NORD. La hauteur du pôle égale à 10.808° se mesure, sur un plan horizontal passant par le centre du polyèdre. Cet angle se mesure entre une droite NORD-SUD horizontale et un sommet NORD, à repérer pour servir à positionner le polyèdre.
Le cadran est à poser sur son support, parallèlement à la position qu'il aurait à sa latitude de construction, soit 10.808°Nord.
DODECAEDRE REGULIER :le pentagone face vers sol a un sommet vers le SUD.

No	Dg	Z	Commentaires	Sigma (s)	Psi (f)	Ro	
1	-00	180	Sol_Hori	24h 0m	-10.808	-00	
2	36	116.565	Sol_SSW	20h 0m	-52.62	-71.994	
3	108	116.565	Sol_NNW	20h 0m	10.814	72.004	
4	180	116.565	Sol_Nord	24h 0m	52.627	-00	
5	-108	116.565	Sol_NNE	4h 0m	10.814	-72.004	
6	-36	116.565	Sol_SSE	4h 0m	-52.62	71.994	
7	72	63.435	Ciel_SW	16h 0m	-10.814	-107.996	
8	144	63.435	Ciel_NW	16h 0m	52.62	108.006	
9	-144	63.435	Ciel_NE	8h 0m	52.62	-108.006	
10	-72	63.435	Ciel_SE	8h 0m	-10.814	107.996	
11	-00	63.435	Ciel_Sud	12h 0m	-52.627	180	
12	-00	-00	Ciel_Horizontal	12h 0m	10.808	-00	

Voici d'autres cas pour lesquels les lignes sous-stylaires chevauchent des lignes d'heure vraie rondes ; au moins pour quelques faces, ce qui facilite réalisation et positionnement des polyèdres sur un tel support.

Icosaèdre : 31.71
Octaèdre 35.264
Cube
Dodécaèdre 52.623, 10.808 (Deux cas de latitudes où les pentagones, faces vers sol, ont un sommet vers le SUD)

DALLET Pierre Joseph mercredi 2 avril 2014

Bibliographie

Site Internet
http: //fr.wikipedia.org/wiki/Solide_de_Platon#Rayons.2C_aires_et_volumes
http: //fr.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Schl%C3%A4fli
http: //fr.wikipedia.org/wiki/Symbole_de_Schl%C3%A4fli

Louis Janin : Le cadran polyédrique du cloître de Brou, à Bourg-en-Bresse in : Bulletin N° 86 de la Société des Naturalistes et des Archéologues de l'Ain .Imprimerie Berthod. Bourg. 1972
Louis Janin : Le cadran polyédrique du Parc Richelieu, à Bagneux in : L'Astronomie de décembre 1972. p. 521
René R.J. Rohr : Les cadrans solaires anciens d'Alsace Ed. Alsatia. 1971
Hervé Staub : Les horloges silencieuses d'Alsace Ed. Coprur 1997
Françoise Suagher et autres : L'heure au Soleil : cadrans solaires de Franche-Comté Ed. Cêtre 1991
Andrew R. Somerville : The ancient sundials of Scotland Ed. Rogers and Turner books. London 1990
Carlos Eduardo Esteve Secall: El cuadrente solar de Fray Alonso de Santo Tomas in: Boletin "Analema" N° 38 / Asociacion de Amigos de los relojes de sol

Remerciements

L'auteur remercie particulièrement qui l'a encouragé à découvrir les cadrans solaires sur polyèdres. Les formulaires ne sont pas triviaux et sans être bien guidé et vivement encouragé, il n'aurait jamais écrit ce document. Monsieur Gagnaire a trouvé des documents historiques, mathématiques, culturels qui démontrent l'intérêt de ces cadrans

Depuis longtemps de nombreux membres de la CCS-SAF avaient demandé d'inclure dans les logiciels Solarium et AlgoSola le moyen de tracer les graphismes de ces cadrans, ce qui semblait hors des moyens de l'auteur. Nous les remercions tous ; sans leurs demandes l'auteur n'aurait pas eu le courage de rédiger cet ouvrage.